

Análisis comparativo entre tres métodos para el cálculo de estabilidad de barras comprimidas

Comparative analysis between three methods for calculating the stability of compressed bars

Yoan Manuel Ramos Botello¹, René Misael Arias Hidalgo¹, Agustín Telmo Pérez Peña¹, Yennys Cuscó Varona¹.

¹Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Granma. Carretera a Manzanillo, km 17 ½, Peralejo, Bayamo, Granma, Cuba.

* Yoan Manuel Ramos Botello: yramosb@udg.co.cu

Resumen

Un elemento estructural no sólo debe satisfacer los requisitos específicos de resistencia y rigidez, sino que también debe ser estable. Para el cálculo de estabilidad de barras comprimidas se debe definir cual método utilizar en función de la sección transversal de la columna, material, como se encuentra fija y longitud. En la presente investigación tiene como objetivo comparar los métodos de Yasinski y J. B. Johnson y el Método de Elementos Finitos (MEF) para el cálculo de este tipo de elementos. Para ello se consideraron tres tipos de barras, cada una de ellas con tres variantes. Una vez obtenidos los resultados, estos mostraron que no existe una gran diferencia entre los métodos de Yasinski y Johnson. Este último es el más conservador y seguro de los tres, mientras que el MEF es el menos conservador.

Palabras clave: estabilidad, pandeo, método de Johnson, método de elementos finitos

Abstract

A structural element must not only satisfy specific strength and rigidity requirements, but it must also be stable. To calculate the stability of compressed bars, it must be defined which method to use based on the cross section of the column, material, how it is fixed, and length. In the present investigation, the objective is to compare the methods of Yasinski and J. B. Johnson and the Finite Element Method (FEM) for the calculation of this type of elements. To do this, three types of bars were considered, each with three variants. Once the results were obtained, they showed that there is not a great difference between the Yasinski and Johnson methods. The latter is the most conservative and secure of the three, while the MEF is the least conservative.

Keywords: Stability, Buckling, Johnson Method, Finite Element Method

1. Introducción

La utilización de los perfiles en la construcción de estructuras siempre es objeto de estudio, ya que mucho de los diseños son cada vez más complejos y se utilizan elementos estructurales cada vez más esbeltos. Sin embargo, el uso de dichos elementos para soportar cargas de compresión, requiere de conocimiento del fenómeno de inestabilidad por pandeo [1].

Siempre que se diseñe un miembro estructural es necesario que se satisfagan ciertos requisitos específicos de resistencia rigiese y estabilidad. Probablemente, sea la estabilidad el factor más

importante a tener en cuenta cuando se calcula la capacidad resistente de este tipo de miembro. Los miembros largos sometidos a una fuerza de compresión axial se llaman columnas y estas tienden a fallar por inestabilidad elástica o pandeo, más que por aplastamiento del material [2].

El pandeo sucede cuando la carga sobre una columna inicialmente recta hace que se flexione significativamente. Si la carga se incrementa a una pequeña cantidad a partir de la carga de pandeo, la columna colapsaría de inmediato. Con mucha frecuencia el pandeo de una columna puede conducir a una repentina falla de una estructura o mecanismo, por lo que debe prestarse especial atención al diseño de las mismas, de modo que sean capaces de soportar con seguridad las cargas aplicadas [3, 4]. En muchos casos el valor de esta ni siquiera sobrepasa el límite elástico del material. La carga a partir de la cual, el elemento deja de ser estable se conoce como carga crítica [5].

Está demostrado que el comportamiento de las columnas sometidas a compresión está estrechamente relacionado a la longitud de estas. Por tal motivo se clasifican en columnas largas, intermedias y cortas y cada uno de estos grupos de columnas se calcula a partir de métodos diferentes [6, 7]. Las columnas largas fallan por pandeo o flexión lateral; las intermedias por una combinación de aplastamiento y pandeo y las cortas por aplastamiento [8]. Para determinar si existe o no pérdida de la estabilidad en barras comprimidas, existen diferentes teorías. Para las columnas largas, en la literatura especializada se hace referencia al criterio de Euler, con el cual coinciden satisfactoriamente los resultados teóricos con los experimentales [9]. Para las intermedias existen varios criterios. Mientras [10-15] hacen referencia a una teoría basada en una fórmula empírica conocida como la teoría de Tetmajer-Yasinski, otros como [7, 16] hacen referencia a la teoría de Johnson, la cual ha sido ampliamente utilizada en los campos de diseños de construcción de máquinas, automóviles, aeronaves y estructuras de acero [16]. Otro método muy utilizado es el método de elementos finitos, a partir del cual se puede determinar la estabilidad de todo tipo de columna [3, 4, 17]. Esta investigación, tiene como objetivo evaluar las teorías de Tetmajer-Yasinski, Johnson y los resultados obtenidos por a través del MEF.

2. Materiales y Métodos

Tal como se muestra en la figura 1 es la relación de esbeltez (λ_c) la que define cuando utilizar un método u otro. Esta investigación se centra en las teorías de Johnson (figura 1 a)) y el de Yasinski (figura 1 b)) para el cálculo de columnas intermedias, así como el método de elementos finitos el cual es utilizado para cualquier tipo de columna.

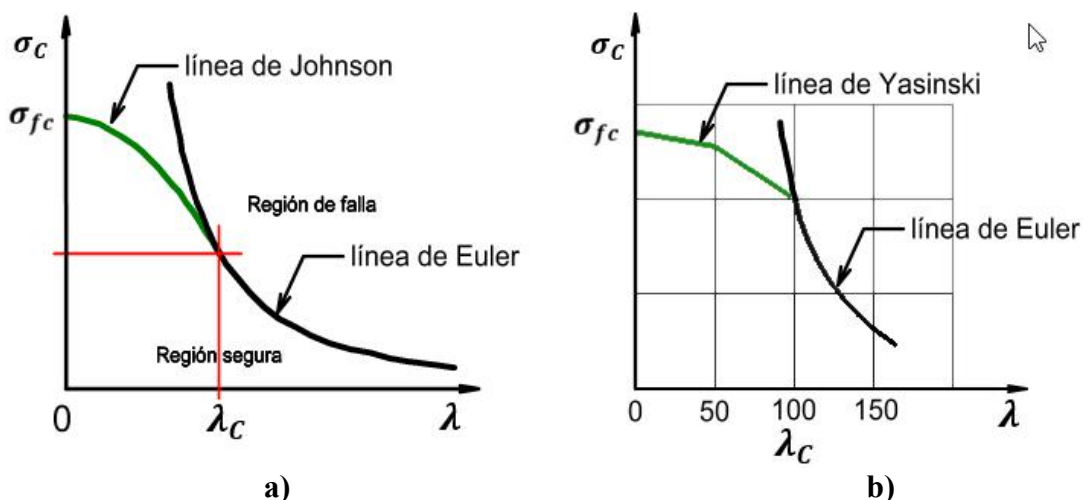


Fig. 1 Líneas de falla en una columna. a) Líneas de Euler y Johnson. b) Líneas de Euler y Yasinski.

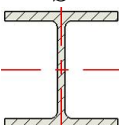
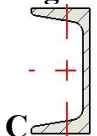
Para comparar los métodos de cálculos objeto de estudio se tuvieron en cuenta los mismos parámetros, siendo diferente únicamente la forma de calcular. Para la longitud de las columnas se asumió un valor de 1 m lo cual garantiza que la esbeltez (λ) sea menor que la esbeltez crítica (λ_c). Esto garantiza que en las columnas a calcular sean aplicables las teorías objeto de estudio. Como material para las columnas se consideró el ASTM A36 el cual es un acero estructural, cuyas propiedades se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Propiedades mecánicas del acero ASTM A36 [18, 19].

Nombre de propiedad	ASTM A 36
Límite elástico (MPa)	250
Límite de tracción (MPa)	400
Módulo elástico (GPa)	200
Coefficiente de Poisson	0,26
Densidad (kg/m ³)	7850
Módulo cortante (MPa)	79300

Para los cálculos se tomaron tres tipos de perfiles normalizados, cada uno de ellos con tres designaciones las cuales difieren en las características de la sección transversal. En la tabla 2 se muestran dichas características.

Tabla 2. Propiedades de la sección transversal de los perfiles.

Perfiles	Designación	I_{min} (mm ⁴)	r_{min} (mm)	A (mm ²)	L_c (m)	λ_c	λ
 Viga T	T 100	883000	20,55	2090	1	40	97,30
	T 120	1780000	24,52	2960	1	40	81,55
	T 140	3300000	28,75	3990	1	40	69,54
 Vigas S	S 8x23	1793957,44	20,26	4367,73	1	40	98,68
	S 10x25.4	2826211,37	24,23	4812,89	1	40	82,53
	S 10x35	3479694,71	22,88	6645,14	1	40	87,40
 Vigas C	C 12x20.7	1614977,93	22,74	3929,02	1	40	98,64
	C 15x33.9	3383961,49	22,94	6425,79	1	40	87,15
	C 15x40	3841816,05	22,46	7612,88	1	40	89,02

I_{min} : Momento de inercia mínimo. A : Área de la sección transversal. r_{min} : Radio de giro mínimo (m). L_c : Longitud de la columna (m). λ : Esbeltez de la columna. λ_c : Relación de esbeltez.

Para facilitar la simulación numérica, para los cálculos se escogió una condición de extremo como la mostrada en la figura 2 c), donde un extremo de la columna se encuentra empotrada mientras que el otro se encuentra libre, por lo que el coeficiente de reducción de la longitud (k) es igual a 2. El mismo mide el grado al cual cada extremo de la columna está limitado contra rotación.

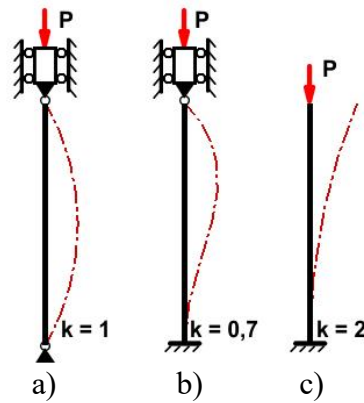


Fig. 2 Coeficiente de reducción de la longitud. a) Ambos extremos de pasador. b) Un extremo fijo y el otro de pasador. c) Un extremo fijo y otro libre [20].

Método de Yasinski

De acuerdo con la expresión de Yasinski para diferentes materiales, la tensión crítica (σ_c) en un elemento sometido a compresión, se calcula según la ecuación empírica que a continuación se muestra.

$$\sigma_c = a - b \cdot \lambda \quad (1)$$

Siendo a y b coeficientes que para el material analizado son iguales a $3100 \text{ kgf} \cdot (\text{cm}^2)^{-1}$ y $11,4 \text{ kgf} \cdot (\text{cm}^2)^{-1}$ respectivamente, para una esbeltez límite ($\lambda_{Lím}$) igual a 100 [11]. Mientras que la esbeltez (λ) se determina de acuerdo a la ecuación 2

$$\lambda = \frac{k \cdot l}{r_{\min}} \quad (2)$$

En esta ecuación (k) es el coeficiente de reducción de la longitud, (l) es la longitud de la columna y ($r_{\min}$) el radio de giro mínimo. Para el cálculo de la fuerza crítica (P_c) en necesario se emplear la ecuación 3

$$P_c = \sigma_c \cdot A \quad (3)$$

Siendo (A) el área de la sección transversal del perfil.

Como ya se había explicado, para aplicar este método tiene que cumplirse que $\lambda < \lambda_{Lím}$

Método de Johnson

En el método de Johnson la (P_c) se determina según la ecuación 4.

$$P_c = A \cdot \left[\sigma_{fc} - \frac{1}{E} \left(\frac{\sigma_{fc} \cdot \lambda}{2 \cdot \pi} \right)^2 \right] \quad (4)$$

Donde (σ_{fc} , E) son el límite de fluencia por compresión y el módulo elástico del material respectivamente. Para poder emplear esta ecuación, tiene que cumplirse que $\lambda < \lambda_c$. La esbeltez crítica (λ_c) se calcula de acuerdo a la ecuación 5.

$$\lambda_c = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E}{\sigma_{fc}}} \quad (5)$$

Simulación numérica

Para la simulación numérica se utilizó un software de cálculo por elementos finitos. Se tuvieron en cuenta los mismos parámetros en cada estudio realizado.

▪ Mallado, cargas y restricciones.

Para el mallado se utilizó elementos de viga para cada uno de los casos analizados (figura 3). Este tipo de elementos requieren la definición de la sección transversal exacta, de modo que el software calcula los momentos de inercia, los ejes neutrales y las distancias desde el extremo de las fibras a los ejes neutrales. Con este tipo de elementos se agiliza el tiempo de obtención de los resultados sin comprometer la precisión de los mismos.



Fig. 3 Mallado, cargas y restricciones.

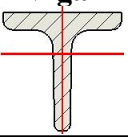
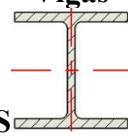
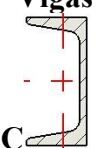
A partir de la simulación numérica se obtiene un factor de carga crítica de pandeo (BLF por su sigla en inglés), el cual se multiplicará por la fuerza aplicada para obtener el valor de la fuerza crítica. No importa cuál sea el valor de la carga aplicada, la fuerza crítica siempre dará el mismo resultado.

Para los casos de estudios propuestos se aplicó una fuerza de compresión de 1 N en el centro de la sección transversal de la viga, paralela al eje neutro de la misma (figura 3). Los modelos a calcular se consideraron empotrados en el extremo opuesto al que se le aplicó la carga. Como en el extremo donde se aplicó dicha carga no se aplican restricciones, entonces se considera libre. Este tipo de condición (un extremo libre y el otro empotrado) se tiene en cuenta en los cálculos analíticos mediante el factor de fijación de los extremos (k). Para este caso $k = 2$.

3. Resultados y Discusión

Una vez concluidos los cálculos teniendo en cuenta los parámetros antes descritos, se obtuvieron las fuerzas críticas según los métodos de Johnson, Yasinski y MEF para cada perfil propuesto. En la table 3 se muestra dichos resultados.

Tabla 3. Resultado del cálculo de las fuerzas críticas (P_c) para los diferentes perfiles.

Perfiles	Designación	Fuerza crítica P_c (N).		
		Johnson	Yasinski	MEF
	T 100	365867	408023	422850
	T 120	584147	629970	851660
	T 140	844749	902773	1534200
	S 8x23	755227	845943	943410
	S 10x25.4	943710	1019067	1265100
	S 10x35	1259478	1370870	1706000
	C 12x20.7	679597	761136	789730
	C 15x33.9	1220100	1327396	1527900
	C 15x40	1425567	1556639	1865600

Para facilitar el entendimiento de los resultados, se graficaron los resultados de las fuerzas críticas de los diferentes perfiles de forma independiente. Al analizar la fuerza crítica de acuerdo a los tres métodos estudiados para los perfiles T (figura 4), se puede observar que los valores de estas se encuentran próximo unos de otros. También se evidencia para este perfil que a medida que aumenta el área de la sección transversal, los valores de fuerza crítica obtenidos a partir del MEF se van distanciando de los otros resultados. Al comparar los tres métodos entre sí, se puede apreciar que el método de Johnson es el más conservador, seguido del método de Yasinski. Los resultados obtenidos a partir de esta teoría, están muy próximos a los obtenidos a partir de la expuesta por Johnson.

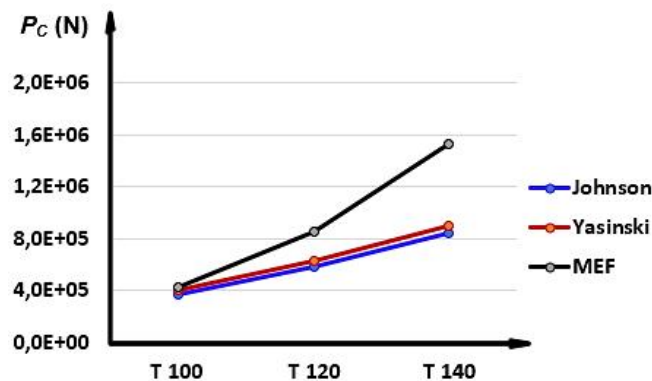


Fig. 4 Fuerza crítica para los perfiles T según los tres métodos estudiados.

De igual forma, se realizó el análisis de las fuerzas críticas según los tres métodos antes descritos para los perfiles S (figura 5 a)) y C (figura 5 b)). Al igual que en el caso antes descrito, para estos perfiles el comportamiento de la fuerza crítica es similar. Los resultados obtenidos por el método de elementos finitos se distancian de los obtenidos a partir de los otros métodos a medida que aumentan los parámetros de la sección transversal de los perfiles. En estos casos, sigue siendo el método de Johnson el más conservador.

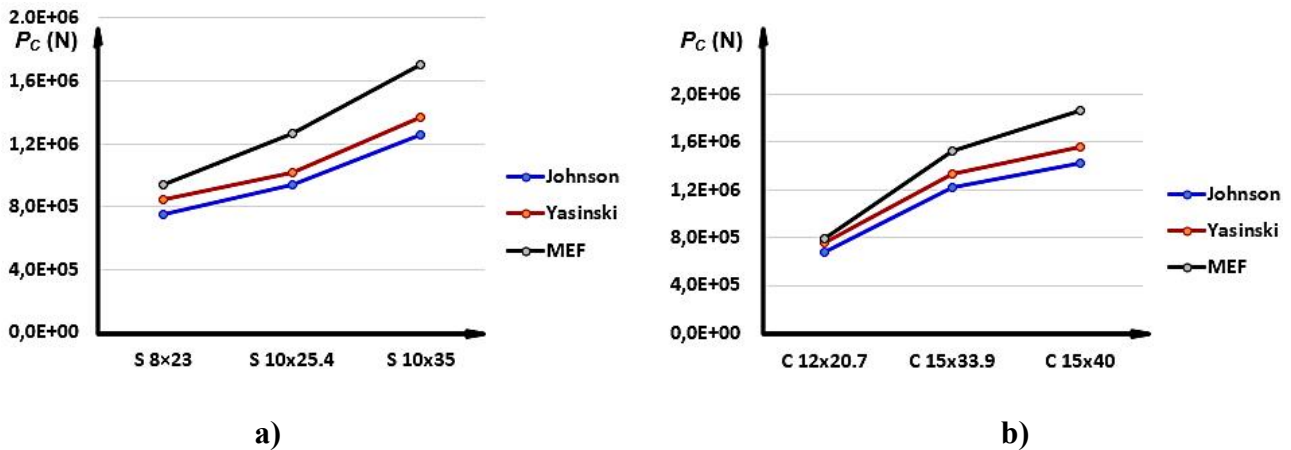


Fig. 5 Fuerza crítica según los tres métodos estudiados. a) Perfiles S. b) Perfiles C.

4. Conclusiones

Los tres métodos estudiados son válidos para el cálculo de la estabilidad de barras comprimidas, siendo el método de Johnson el más conservador. Los resultados obtenidos con el método de Yasinski son similares a los de Johnson, lo que convierte a esta teoría en una alternativa viable. En cambio, con el método de elementos finitos a medida que aumentan los parámetros de la sección transversal de los perfiles estudiados, los resultados obtenidos presentan una mayor desviación en comparación con los resultados de los otros métodos.

Referencias

1. Rondal, J., *Cold formed steel members and structures: General Report*. Journal of Constructional Steel Research, 2000. **55**(1): p. 155-158. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00083-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00083-8).
2. Limbert, J., et al., *Compressive stress–strain behaviour of stainless steel reinforcing bars with the effect of inelastic buckling*. Engineering Structures, 2021. **237**: p. 112098. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112098>.
3. Ferreira Filho, J.O., et al., *Experimental and numerical flexural buckling resistance of high strength steel columns and beam-columns*. Engineering Structures, 2022. **265**: p. 114414. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114414>.
4. Liu, J.-z., et al., *Numerical investigation and design for the local buckling behaviour of high strength steel hexagonal hollow section stub columns under axial compression*. Thin-Walled Structures, 2023. **186**: p. 110717. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2023.110717>.
5. Mateus, J.A.S., H. Tagawa, and X. Chen, *Buckling-restrained steel bar damper for spine frame system*. Engineering Structures, 2021. **229**: p. 111593. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111593>.
6. Yang, H., P. Sun, and Y. Deng, *Experiment investigation of the influence of reinforcing bar buckling on seismic behavior of RC columns*. Engineering Structures, 2020. **220**: p. 110923. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110923>.
7. Budynas, R.G. and J.K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley.2018*, México: McGraw-Hill. ISBN: 13: 978-1-4562-6090-3.

8. Le, T., et al., *Buckling of welded high-strength steel I-beams*. Journal of Constructional Steel Research, 2020. **168**: p. 105938. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.105938>.
9. Ramírez Márquez, M.A., *Buckling in columns. Solution of the indeterminations of Euler's theory and derivation of an equation for inelastic buckling*. Results in Engineering, 2023. **19**: p. 101262. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101262>.
10. Feodosiev, V.I., *Resistencia de materiales*.1988, Moscú: Mir. ISBN: 5-03-001183-8.
11. Pisarenko, G.S., A.P. Yákovlev, and V.V. Matvéev, *Manual de resistencia de materiales*.1979, Moscú: Mir Moscú. ISBN: 9785884170353.
12. Miroliúbov, I., et al., *Problemas de resistencia de materiales*.1990, Moscú: Mir. ISBN: 50300873X.
13. Stiopin, P.A., *Resistencia de materiales*.1979, Moscú: Mir. ISBN: 620.10.605.21.
14. Ortiz, L., *Resistencia de materiales*.1990, Madrid: McGraw-Hill. ISBN: 9788448156336
15. Pomares, J.C., et al., *Safety issues in buckling of steel structures by improving accuracy of historical methods*. International Journal of Environmental Research and Public Health, 2021. **18**(12253). DOI: <https://doi.org/10.3390/ijerph182212253>.
16. Wang, X., et al., *Optimization of graded filleted lattice structures subject to yield and buckling constraints*. Materials & Design, 2021. **206**: p. 109746. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2021.109746>.
17. Singh, T.G. and T.-M. Chan, *Effect of access openings on the buckling performance of square hollow section module stub columns*. Journal of Constructional Steel Research, 2021. **177**: p. 106438. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106438>.
18. Alves, D.N.L., J.G. Almeida, and M.C. Rodrigues, *Experimental and numerical investigation of crack growth behavior in a dissimilar welded joint*. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2020. **109**: p. 102697. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2020.102697>.
19. Senthilkumar, S., et al., *Influence of heat input on the mechanical characteristics, corrosion and microstructure of ASTM A36 steel welded by GTAW technique*. Heliyon, 2023. **9**(9): p. e19708. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e19708>.
20. Mott, R.L., E. Vavrek, and J. Wang, *Machine elements in mechanical design*.2018: Pearson Education. ISBN: 0-13-444118-4.

Conflicto de Intereses

No hay conflicto de intereses.

Contribución de los autores

Yoan Manuel Ramos Botello. ORCID: 0000-0001-7838-5981.

Participó en la conceptualización de la investigación, redacción, investigación, metodología, redacción y edición.

René Misael Arias Hidalgo. ORCID: 0000-0002-9661-1214.

 **Ramos Botello et al.**

Participó en la conceptualización de la investigación, metodología y edición.

Agustín Telmo Pérez Peña. ORCID: 0009-0007-9445-1484.

Participó en la redacción, investigación, redacción y edición.

Yennys Cuscó Varona. ORCID: 0009-0003-5656-5801.

Participó en la redacción, investigación, redacción y edición.