

Modelo de equilibrio general dinámico estocástico para la economía de México: perturbaciones tecnológicas y evolutivas

Dynamic stochastic general equilibrium model for the Mexican economy: technological and evolutionary disturbances

Mario Aguilar-Fernández^{1,*}, Arturo Merlín-Rodríguez¹, Julián Patiño Ortiz², Brenda García-Jarquín², Paola Fortanell-Estrada³

¹Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA-SEPI). Instituto Politécnico Nacional. Av. Té 950, Granjas México, Iztacalco, 08400. Ciudad de México, México.

²Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME-SEPI). Instituto Politécnico Nacional. Manuel de Anda y Barredo. Edificio 5, 3er piso. Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Zacatenco 07738, Gustavo A. Madero. Ciudad de México, México.

³Centro de Estudios Tecnológicos No.1 Walter Cross Buchanan (CET1). Instituto Politécnico Nacional. Av. 661 S/N, F0VISSTE Aragón, San Juan de Aragón V Secc. 07920, Gustavo A. Madero. Ciudad de México, México.

*Autor de correspondencia: maguilarfer@ipn.mx

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento/No Comercial 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Recibido: 13 agosto 2021 **Aceptado:** 13 febrero 2022 **Publicado:** 18 febrero 2022

Resumen

El cambio tecnológico ha sido un tema de gran interés en el análisis económico por ser responsable de la mayor parte del aumento de la productividad y por tanto, es un factor fundamental del crecimiento de la producción. Del mismo modo, el progreso tecnológico es de gran ayuda para explicar los cambios en los factores económicos y otras tendencias que acompañan al crecimiento económico moderno. Bajo este marco, un problema que resulta crucial para el desarrollo de México es su bajo crecimiento económico y la consecuente imposibilidad para generar los empleos necesarios, dada su dificultad de elevar su productividad. El objetivo de este trabajo es diseñar y simular un modelo dinámico estocástico para la economía mexicana, incorporando perturbaciones tecnológicas específicas como neutrales, a través de métodos de optimización como los algoritmos evolutivos. Entre los principales resultados se encuentran que las perturbaciones introducidas al modelo tienen efectos distintos por separado, ya que su impacto no es el mismo para todas las variables del modelo. Asimismo, se comprobó que la perturbación específica de inversión tiene un mayor efecto en la función de producción que la perturbación evolutiva realizada con el algoritmo genético, pero que simuladas al mismo tiempo, se puede obtener un crecimiento sostenido y más equilibrado, lo cual difiere bastante de los modelos tradicionales. En este trabajo fue posible desarrollar un modelo dinámico y caótico, capaz de evolucionar con el tiempo y que optimiza los factores trabajo y capital, brindando de esta manera una mejor herramienta para entender y desarrollar modelos más complejos de ciclos económicos.

Palabras clave: Cambio tecnológico, crecimiento económico, perturbaciones tecnológicas, algoritmos genéticos, sistemas caóticos

Abstract

Technological change has been a subject of great interest in economic analysis because it is responsible for most of the increase in productivity, and therefore is a fundamental factor in the production growth. Similarly, technological progress is of great help in explaining the changes in economics and other trends related to modern economic growth. Under this, a problem that is crucial for the economic development of Mexico is its low economic growth and the consequent inability to generate the necessary jobs, due to a difficult framework to increase productivity. Therefore, the objective of this work is to design and simulate a dynamic stochastic model for the Mexican economy, incorporating specific and neutral technological disturbances, through optimization methods such as evolutionary algorithms. Among the main results is that the disturbances introduced to the model have different effects separately, since their impact is not the same for all the variables of the model. Likewise, it was found that the specific investment disturbance has a greater effect on the production function than that of the evolutionary disturbance carried out with the genetic algorithm, but that simulated at the same time, a sustained and more balanced growth can be obtained, which differs quite of the traditional models. As conclusions, it was possible to develop a dynamic and chaotic model capable of evolving over time and that optimizes the labor and capital factors, thus providing a better tool to understand and develop more complex models of economic cycles.

Keywords: Technological change, economic growth, technological disturbances, genetic algorithms, chaotic systems

1. Introducción

No hay duda, que el componente tecnológico, es fundamental en el crecimiento y desarrollo de los países. El uso de la teoría de la tecnología, en todas sus dimensiones (tangible o intangible), representa una oportunidad de mejora para las situaciones problemáticas económicas, salud, sociales, y empresariales que México presenta. Los hechos demuestran, que el desempeño de México, en relación con el desarrollo tecnológico, ha sido insuficiente como para potenciar el bienestar de su población [1]. Bajo este marco, una de las mayores ambiciones de la teoría económica, consiste en llegar a contar con un modelo teórico que explique el funcionamiento de la economía, para eventualmente, poder usarlo, en la evaluación de políticas económicas alternativas o elaboración de pronósticos. Algunos de los avances de la macroeconomía moderna, se han dado en los temas de crecimiento económico y en las fluctuaciones económicas. De ahí, que surjan modelos como los de Equilibrio General Dinámico Estocástico (EGDE o DSGE, por sus siglas en inglés) [2], los cuales parten de la teoría de equilibrio general, y su metodología explica los fenómenos económicos agregados, derivados de los principios microeconómicos. Además, toman en cuenta que la economía se ve afectada por perturbaciones aleatorias [2]. Por su parte, los algoritmos genéticos (AG), al igual que los DSGE, también son modelos de optimización dinámica en los que se estudia la obtención de la solución óptima de sistemas que evolucionan en el tiempo, susceptibles de influencia mediante decisiones externas [3]. Se ha comprobado mediante el teorema de esquemas y los teoremas de convergencia, que estos convergen cada vez más hacia una solución mejor [4]. Los AG, se han aplicado a cuestiones teóricas en los mercados económicos, al pronóstico de series de tiempo, y a la estimación econométrica [5, 6], y para simular el modelo, la dinámica de sistemas es una metodología apta para este fin [7].

En cuanto a las investigaciones previas, Greenwood et al. [8] fueron de los primeros en adoptar la visión de Keynes, acerca de la importancia que tienen los choques a la eficiencia marginal de la inversión, para las fluctuaciones comerciales. De igual forma, parte de estos mismos autores [9],

investigan el papel que jugó el cambio tecnológico específico de la inversión, teniendo como premisa, que la introducción de nuevos bienes de capital más eficientes, es una fuente importante de cambio de productividad, y donde el cambio tecnológico específico de la inversión, representa la mayor parte del crecimiento. Por su parte Acemoglu et al. [10] analizan una economía en la que las empresas puedan emprender mejoras tecnológicas que aumenten la mano de obra. Existen otros autores que asumen un enfoque más allá del cambio tecnológico [11], que estudia los choques negativos de productividad y sus efectos sobre la efectividad de una política monetaria diseñada para evitar la inflación. Venegas-Martínez et al. [12], el cual desarrolla un modelo macroeconómico estocástico en un sector financiero que incorpora la exposición de los agentes (consumidores, empresas y gobierno), determinando endógenamente, en el equilibrio la tasa de acumulación de capital, entre otras variables. Fisher et al. [13] se enfoca en analizar los efectos a corto plazo de dos choques tecnológicos (neutrales y específicos) utilizando el modelo de crecimiento neoclásico. Otros trabajos sobre las variables relevantes en el análisis del cambio técnico y su vínculo con el capital humano y el mercado de trabajo, destacan los trabajos de [14, 15]. En relación con aportaciones de mayor actualidad, por ejemplo, están: la perspectiva computacional de los DSGE [16], la estructura econométrica que sustenta los modelos DSGE [17], la economía computacional basada en agentes (ACE) y los DSGE [18], un DSGE de una economía regional [19], un DSGE para indicadores clave de la economía rusa [20], para la economía de Arabia Saudita [21], para la economía de Indonesia [22], para la economía Islámica [23], una propuesta de un DSGE vinculando la pandemia del coronavirus y el turismo [24], entre otros.

Los resultados de la revisión de la literatura sugieren falta de evidencia sobre la utilización de algoritmos genéticos o de otras heurísticas, en la optimización del factor trabajo, así como de la utilización del enfoque de sistemas y de la teoría del caos en modelos de equilibrio general y de cambio tecnológico, por lo cual, se abre una importante oportunidad para analizar dichos modelos bajo otra óptica. Solamente, fue posible encontrar un trabajo donde emplean auto regresiones de vectores estructurales para estimar las fuentes de las fluctuaciones de la productividad [25], que no son otra cosa que los choques tecnológicos o modelos de optimización dinámica, como los DSGE. Por tanto, el objetivo del presente trabajo es diseñar y simular un modelo dinámico estocástico, para la economía mexicana, que incorpore una perturbación tecnológica que optimice el factor trabajo, a través de la aplicación de algoritmos evolutivos, conjugando los aportes de teorías como la del cambio tecnológico y la de sistemas, con el fin de medir el impacto que tiene la innovación en el nivel económico de México.

2. Metodología

El tipo de estudio en el que se basa esta investigación es de carácter explicativo, ya que busca determinar el impacto que tiene el cambio tecnológico en el nivel económico de México, diseñando y simulando un modelo dinámico estocástico que incorpora distintas perturbaciones (neutrales, específicas, evolutivas y agregadas). Además, es un estudio longitudinal, puesto que se buscan cambios en la relación en determinadas variables a través del tiempo. Así pues, el trabajo es un estudio cuantitativo donde se recogen, procesan y analizan datos numéricos sobre variables, previamente determinadas. En el diseño metodológico, aparecen cinco etapas: recopilación de datos, análisis de los datos, diseño y solución del algoritmo genético, calibración del modelo y su simulación [26, 27].

En cuanto a la recopilación de datos, esta se obtiene de diferentes fuentes oficiales y bases de datos. Para ello se utilizan las variables macroeconómicas: Producto Interno Bruto, gastos de consumo final (tanto privado como de gobierno), la formación bruta de capital fijo (pública y privada), la variación de existencias y el salario nominal. Las cifras de estas variables, se obtienen de los sitios oficiales del

Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), del Banco de México y de la Secretaría del trabajo y Previsión social.

En relación con el análisis de los datos, se lleva a cabo la revisión y categorización de la información recopilada. Aquí, se necesita realizar una primera revisión de la información, con el fin de calcular la función de producción. Para el análisis de información, se utilizan los softwares *iThink 8.0* y *XLSTAT*. Si bien *Dynare* es una herramienta muy útil y que está diseñada específicamente para simular modelos DSGE, que permite la computación de este tipo de modelos de una manera muy simple en *MatLab*, se decide utilizar *iThink 8.0*, ya que dicho software de modelado dinámico permite incorporar el pensamiento sistémico, creando diagramas de sistema en que se pueden simular distintos procesos y escenarios en el tiempo. Al crear estos diagramas, se podrá comprender mejor el comportamiento de ese sistema e identificar áreas de mejora [28]. En cuanto a *XLSTAT*, este es un complemento de análisis estadístico de datos, que tiene la ventaja de permitir a los usuarios analizar, personalizar y compartir resultados en Microsoft Excel, además de que se justifica su uso por la gran cantidad de funciones estadísticas estándar y avanzadas con las que cuenta y que permite realizar de forma automática, solamente introduciendo los datos y especificando los parámetros del modelo (más de 240). Aunque, también existen otros softwares con características similares como *NUMXL* que también construyen, validan, clasifican modelos y hacen pronósticos en Excel, difícilmente es posible tener más de uno de estos tipos de softwares por su elevado precio, por lo que se puede optar por *R project* o *Python*, que son de código abierto [29]. También, es empleado el *Dynamic Stochastic General Equilibrium Models Reference Manual* [30].

En relación con el diseño y solución del algoritmo, cabe aclarar que el aporte metodológico desarrollado en este trabajo, consiste en diseñar y simular un modelo dinámico estocástico para la economía mexicana, en el cual se puedan incorporar perturbaciones específicas como neutrales, y precisamente, dentro de las perturbaciones específicas, se incorpora una nueva perturbación enfocada exclusivamente al factor productivo del trabajo utilizando algoritmos genéticos, lo cual no se ha hecho al menos en otros trabajos analizados en la revisión bibliográfica. Con lo cual se contribuye, en específico, al desarrollo de modelos DSGE híbridos con algoritmos genéticos. Con esto, se espera optimizar las horas de trabajo y reducción del ocio, así como el aumento del salario real y nominal a través del tiempo. Por tanto, el progreso tecnológico o técnico, supone la introducción al algoritmo de una perturbación evolutiva (concepto creado exclusivamente para dicho fin), que afecte al factor productivo trabajo y donde el producto en la economía analizada estaría expresado en las unidades óptimas de dicho factor.

El modelo cuenta con cuatro perturbaciones: productividad total de los factores, la cual simplemente calcula el progreso tecnológico de forma neutral; la productividad específica a la inversión, que a diferencia de la primera perturbación, va a medir el progreso tecnológico que se asocia, específicamente, con la incorporación de nuevos activos de capital; la productividad específica al trabajo, que se encarga de medir el progreso técnico relacionado con la eficiencia de las horas trabajadas del capital humano; la productividad agregada de la economía, que incorpora al agente económico gobierno, a través del proceso de inversión en capital público.

La aportación pretendida, es a través del uso del algoritmo genético para obtener una perturbación específica del factor trabajo, y no sólo de forma neutral, como la maneja la mayoría de la literatura. Con dicho algoritmo genético se realiza una representación genética de cierto problema, por lo que, de esta forma, se codifican las soluciones candidatas de este. El algoritmo genético simple, se compone de tres fases u operadores: reproducción o selección, cruzamiento y mutación [4]. Estas son aplicadas, cíclica e iterativamente, a una población de tamaño fijo y finito, consistente de elementos hasta una condición de saturación, o hasta que otra condición de frontera, es satisfecha.

El componente clave dentro del modelo es la optimización del factor trabajo, el cual está definido en la Ecuación 1.

$$\hat{L}_t = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{w_t} \quad (1)$$

Donde α , representa la participación o peso del factor capital en el producto Y_t , mientras que w_t representa el salario nominal. El algoritmo genético lo que hace es maximizar la función objetivo, la cual representa el entorno o medio ambiente en donde se evalúan las soluciones del problema en términos de su aptitud, la cual no es otra cosa que el valor de dicha función objetivo.

Por su parte, el equilibrio competitivo del modelo viene dado por un conjunto de ecuaciones que representan el comportamiento de las siete variables endógenas, $Y_t, C_t, I_{P,t}, K_{P,t}, L_t, R_t, W_t$ y las variables exógenas $A_t, B_t, \tau^c, \tau^l, \tau^k, I_{G,t}$ y $K_{G,t}$. Estas ecuaciones se muestran de la 2 a la 15.

$$\frac{1}{1-L_t} = \frac{\gamma}{(1-\gamma)} \frac{(1-\tau_t^l) W_t^e}{(1+\tau_t^c) C_t} \quad (2)$$

$$\frac{(1+\tau_t^c) C_t}{(1+\tau_{t-1}^c) C_{t-1}} = \beta [(1 - \tau_t^k) (R_{t+1}^e - \delta_K) + 1] \quad (3)$$

$$Y_t = C_t + I_{P,t} + I_{G,t} \quad (4)$$

$$Y_t = A_t + K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \quad (5)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta_K) K_t + Z_t I_t \quad (6)$$

$$G_t = (1 - \delta_G) G_{t-1} + I_{G,t} \quad (7)$$

$$I_{G,t} = B_t \theta_G Y_t \quad (8)$$

$$W_t = \alpha_3 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3-1} \quad (9)$$

$$R_t = \alpha_1 K_t^{\alpha_1-1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \quad (10)$$

$$W_t^e = W_t + (1 - s) \alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3-1} \quad (11)$$

$$R_t^e = R_t + s \alpha_2 A_t K_t^{\alpha_1-1} G_t^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3} \quad (12)$$

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln \bar{A} + \rho_A \ln A_{t-1} + \epsilon_t^A \quad (13)$$

$$\ln Z_t = (1 - \rho_Z) \ln \bar{Z} + \rho_Z \ln Z_{t-1} + \epsilon_t^Z \quad (14)$$

$$\ln B_t = (1 - \rho_B) \ln \bar{B} + \rho_B \ln B_{t-1} + \epsilon_t^B \quad (15)$$

Es decir, en el modelo se contará con cuatro perturbaciones: la perturbación neutral o productividad total de los factores, la perturbación específica a la inversión, la perturbación evolutiva del trabajo y la perturbación de productividad total de la economía.

3. Resultados y Discusión

Para la presentación de los resultados, primero se caracterizan las variables endógenas, exógenas y los parámetros del modelo, junto con el algoritmo genético, empleando el software de *iThink 8.0*. Posteriormente, se realiza la calibración con el software XLSTAT, para obtener los valores de los parámetros, los cuales son calculados de la regresión lineal de los factores productivos (capital y trabajo), y del modelo autorregresivo. Por último, se introducen los valores iniciales, los cuales alimentan todo el sistema de ecuaciones y se procede a la simulación del modelo.

Caracterización del modelo

Debido a la extensión del modelo, en primera instancia, se caracteriza el modelo económico, el cual se divide en cuatro módulos y se aprecia en la Figura 1. En el primero, se introducen los inputs que contienen los valores iniciales, seguido de los parámetros; en el tercero aparecen las variables del modelo, y en el cuarto modulo, las fuentes de incertidumbre que son las perturbaciones aleatorias con funciones de densidad bien definida.

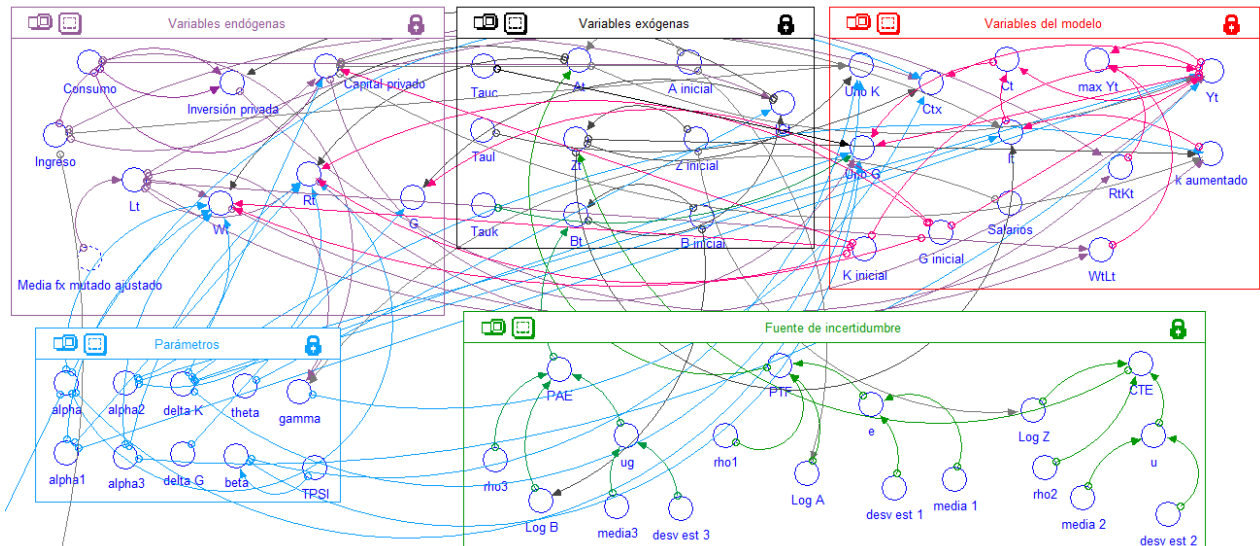


Fig.1 Caracterización del modelo económico empleando *iThink 8.0*

Como se observa en la Figura 1, las variables están interrelacionadas entre sí (las flechas marcan dichas interrelaciones), por lo que los diferentes módulos que componen al modelo económico deben estar conectados para generar el sistema de ecuaciones que lo componen. Por otro lado, para caracterizar el algoritmo genético, se siguieron los mismos pasos explicados en la metodología: selección, cruce y mutación.

Como se observa en la Figura 2, la caracterización del algoritmo genético se realiza por segmentos, para de esa manera, facilitar la identificación de las etapas de desarrollo (es posible apreciarlos con mayor detalle de la Figura 3 a la 9).

Reproducción o selección

En la selección, se procede en primer lugar, en crear de manera aleatoria, la población inicial con sólo seis cromosomas o individuos. Posteriormente, esta población se codifica en números binarios para obtener una cadena de cinco bits.

En la reproducción o selección, uno de los primeros pasos consiste en crear de manera aleatoria, la población inicial con sólo seis cromosomas o individuos. Posteriormente, esta población se codifica en números binarios para obtener una cadena de cinco bits. Cabe aclarar, que por el momento se usaron pocos cromosomas.

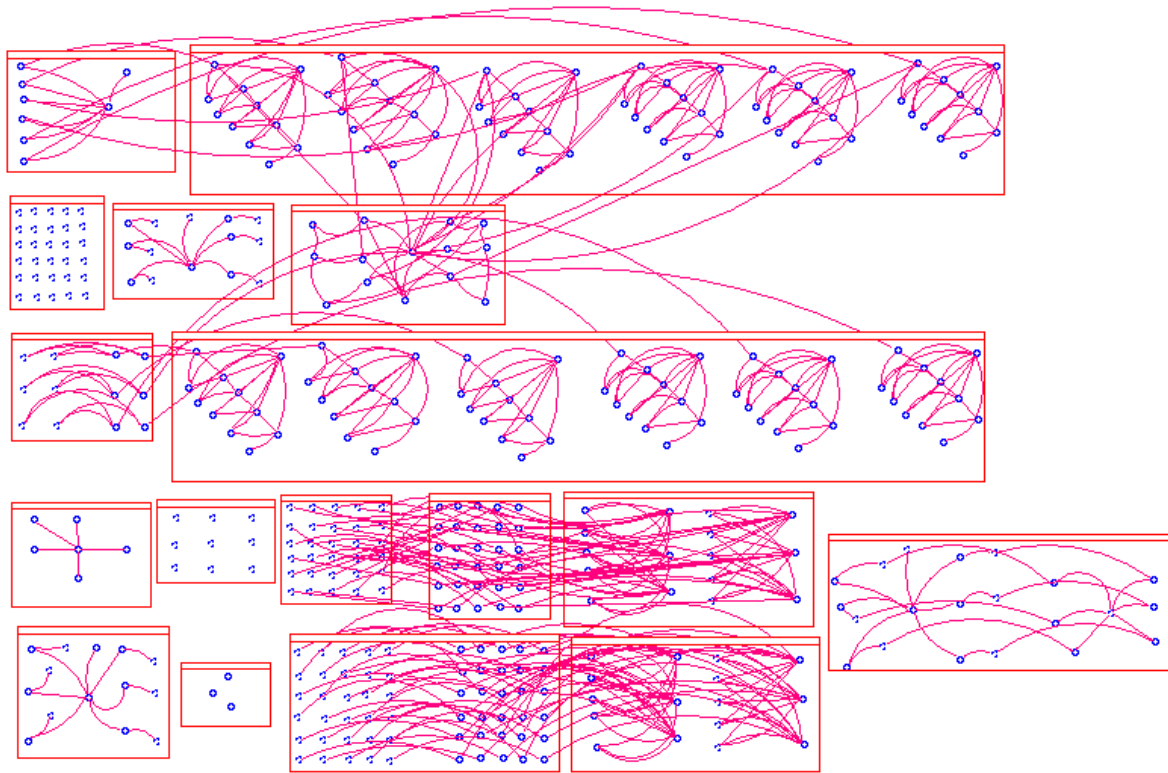


Fig.2 Caracterización del algoritmo genético en *iThink 8.0*

En la Figura 3, se utiliza la meta a maximizar, la cual, posteriormente, se conecta con la función objetivo, obtenido en la valuación.

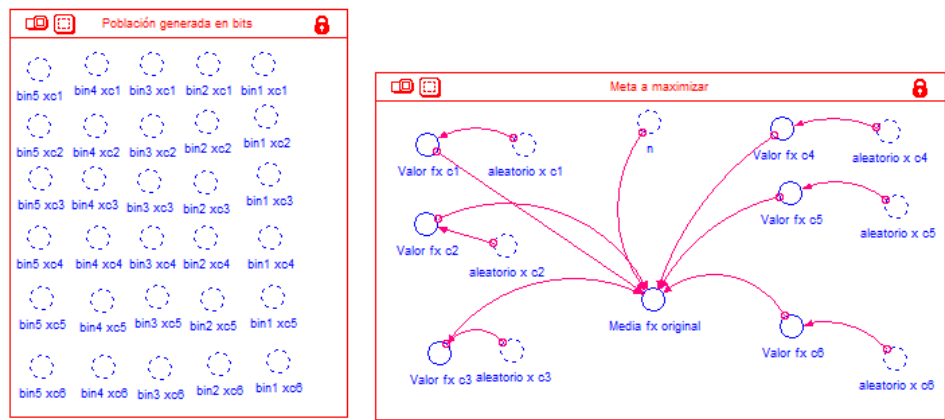


Fig.3 Población inicial generada en Bits y meta a maximizar

Otra etapa dentro de la selección es hacer competir a los individuos entre sí. A pesar de que existen varios esquemas para realizar la selección, por su simplicidad se opta por la selección por torneo. Dicha selección, consiste en que cada individuo de cierta población se le asigna una pareja de manera aleatoria, y posteriormente, se elige un número aleatorio r entre 0 y 1, y donde hay que tener en cuenta que si $r < k$ (donde k es un parámetro, por ejemplo 0,66), el individuo de mayor aptitud es

elegido para que se integre a la nueva población intermedia, ya que de otra forma se terminará seleccionando al individuo de menor aptitud. En otras palabras, el mejor individuo genera dos copias, mientras que el peor termina siendo desechado (Figura 4).

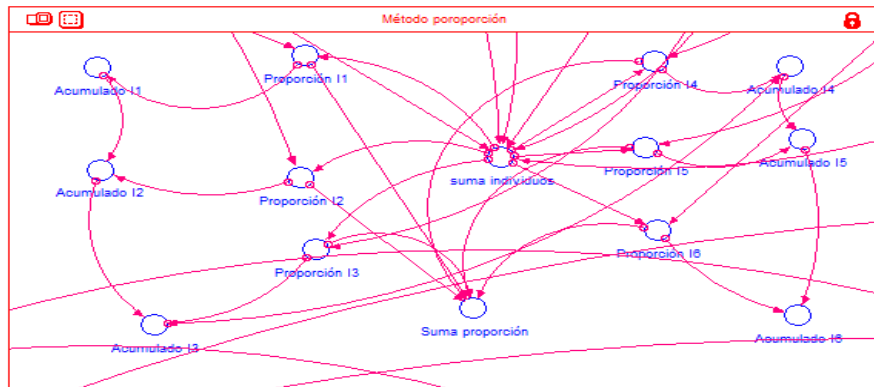


Fig.4 Método de proporción

Como ya se explicó, por su simplicidad se tuvo que optar por la selección por torneo, la cual aparece en la Figura 5, ya que sólo se tiene que asignar una pareja de forma aleatoria, y el mejor genera dos copias, y el peor se desecha.

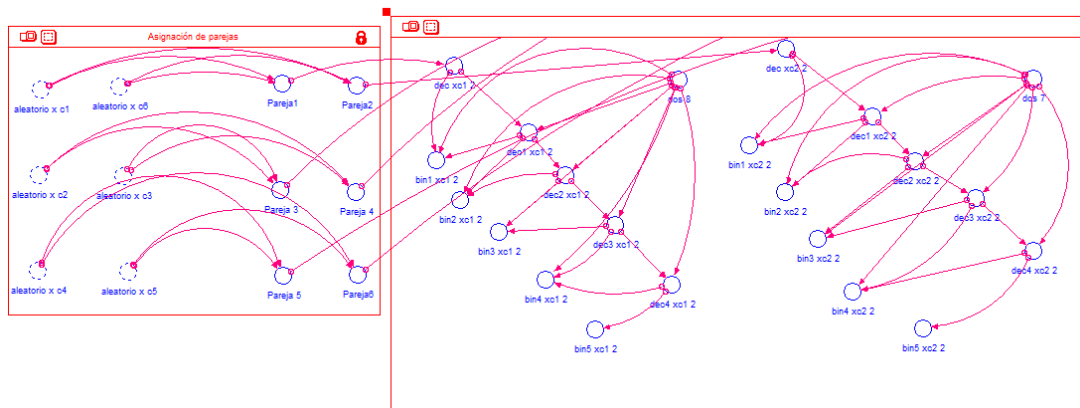


Fig.5 Selección por torneo

Cruce

Tras realizar la selección, se caracteriza el punto cruce, el cual aparece en la Figura 6, formando parejas entre los individuos, aleatoriamente, similarmente a la selección. Como se observa en la Figura 7, se crea una extensa red que conecta a cada padre, y que da como resultado, los hijos de la pareja.

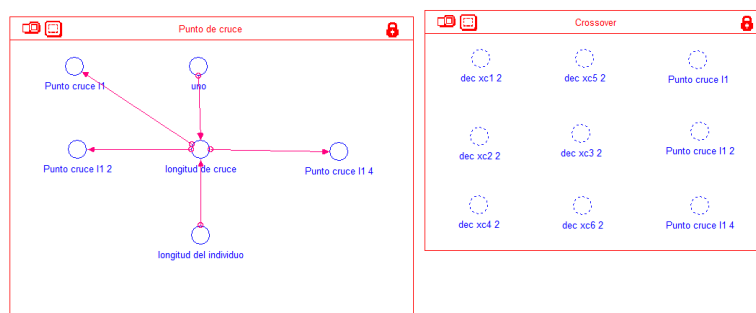


Fig.6 Punto de cruce y nueva población generada en la selección

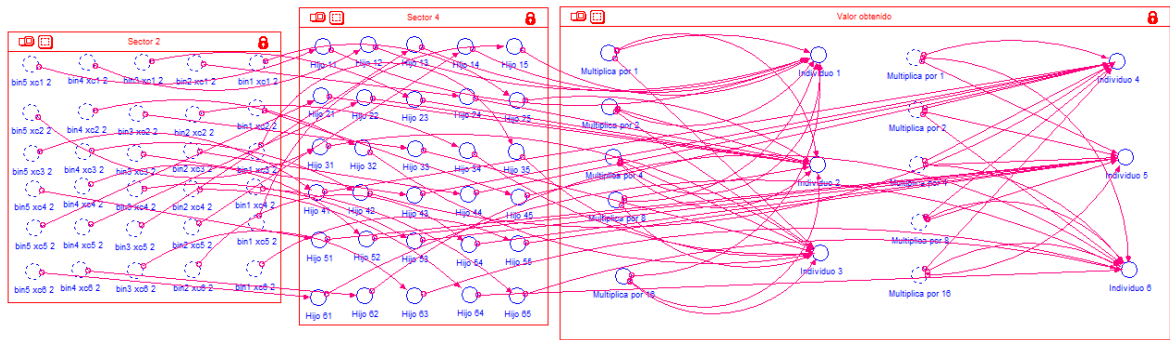


Fig.7 Cruce o cross-over

Mutación

Por último, en las Figuras 8 y 9, se puede apreciar que en la mutación, se realiza un cambio aleatorio en un bit de la población resultante del cruce. Con ello, el individuo tendrá la posibilidad de mejorar su valor o permanecer sin cambios. De igual forma, se utilizan restricciones para impedir que se rebase el valor máximo de la función, a través de la caracterización de las penalizaciones. El software *iThink 8.0*, permite dicha caracterización a través de funciones lógicas, por lo cual, si se rebasa el límite o restricción establecida a dicha solución, se le asigna un valor de cero, y automáticamente queda descartada.

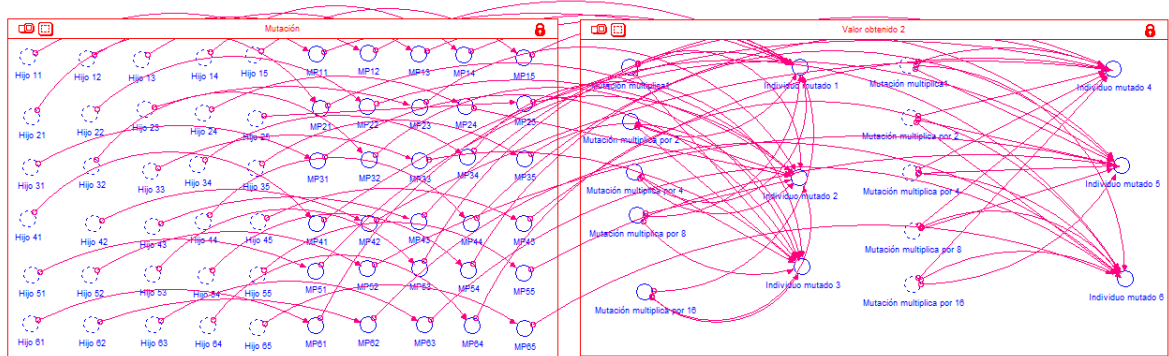


Fig.8 Mutación en *iThink 8.0*

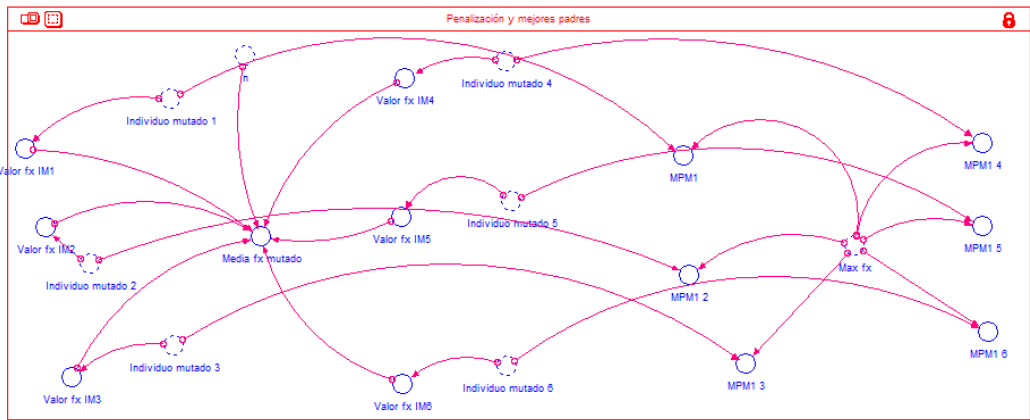


Fig.9 Penalización y mejores padres

Resultados de la parametrización

Dado que el objetivo es cuantificar la importancia del cambio tecnológico sobre el crecimiento económico, es necesario en primer lugar, asignar valores a los distintos parámetros del modelo, siendo los siguientes:

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha, \delta_K, \delta_G, \beta, \gamma, \theta_G, \tau^c, \tau^l, \tau^k\}$$

Por su parte, las participaciones de las rentas del capital y del trabajo, y su relación con los parámetros de la función de producción, se definen en las Ecuaciones 16 y 17.

$$\alpha = \alpha_1 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_3} \right) \quad (16)$$

$$1 - \alpha = \alpha_3 \left(1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_3} \right) \quad (17)$$

El parámetro tecnológico asociado al capital público, en la función de producción es de 0,01, para el caso de la economía mexicana. Por su parte, el parámetro tecnológico, asociado al capital privado, es de 0,88, mientras que el parámetro tecnológico, asociado al empleo, es de -0,30 (Tabla 1).

Tabla 1. Parámetros calibrados

Parámetro	Definición	Valor
α_1	Parámetro tecnológico capital privado	0,88
α_2	Parámetro tecnológico empleo	-0,30
α_3	Parámetro tecnológico capital público	0,01
α	Proporción rentas del capital	0,41
β	Factor de descuento	0,99
γ	Parámetro preferencias	0,48
δ_K	Tasa de depreciación capital privado	0,10
δ_G	Tasa de depreciación capital público	0,09
θ_G	Proporción de Inversión Pública	0,04
ρ_A	Parámetro autorregresivo PTF	0,36
σ_A	Desviación estándar PTF	0,005
ρ_Z	Parámetro autorregresivo CTE	0,36
σ_Z	Desviación estándar CTE	0,005
ρ_B	Parámetro autorregresivo PAE	0,250
σ_B	Desviación estándar PAE	0,003
τ^c	Impuesto sobre el consumo	0,16
τ^l	Impuesto sobre las rentas del trabajo	0,30
τ^k	Impuesto sobre las rentas del capital	0,30

Al igual que en el estudio de [31], se utilizan los mismos parámetros, ya que la perturbación asociada al trabajo se logra optimizando su función objetivo, a través de un algoritmo genético que lleva un proceso estocástico independiente a las perturbaciones de cambio tecnológico específico a la inversión, al progreso tecnológico neutral y a la perturbación a la inversión pública.

Para obtener el parámetro alfa, se realiza una regresión lineal para obtener el peso del capital y del trabajo, dentro de la función de producción. Para el caso de México, se puede observar en la Tabla 2 que el 95% de la variabilidad, viene explicada por el capital (público y privado), y por el trabajo. La restante variabilidad, se debe a efectos o variables explicativas que no se toman en cuenta en este estudio. Por lo tanto, la contribución de ambas variables es sumamente alta.

Tabla 2. Estadísticos de bondad del ajuste (Producto)

Observaciones	92
Suma de los pesos	92
GL	88
R ²	0,952
R ² ajustado	0,951
MEC	209770795728,187
RMSE	458007,419
MAPE	2,446
DW	0,328
Cp	4,000
AIC	2402,284
SBC	2412,371
PC	0,052

La Tabla 3, de análisis de la varianza, permite comprobar si se cumple la hipótesis nula (H0), la cual, consiste en que las variables explicativas elegidas (capital privado, capital público y trabajo), producen información significativa en el modelo. En otras palabras, se busca demostrar si la media del producto (Y), resulta suficiente para representar los resultados conseguidos.

Tabla 3. Análisis de varianza (Producto)

Fuente	GL	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	F	Pr > F
Modelo	3	368858371101524,000	122952790367175,000	586,129	<0,0001
Error	88	18459830024080,400	209770795728,187		
Total corregido	91	387318201125605,000			

Puesto que, la probabilidad asociada a la prueba de F resulta ser inferior a 0,0001, al igual que en el análisis de varianza, es posible concluir que las variables explicativas generan una buena cantidad de información significativa para el modelo.

La Tabla 4 suministra los parámetros sobre el modelo, resultando útil para generar proyecciones, simulaciones, o bien su contraste con distintos resultados. El modelo muestra que en los límites proporcionados por las observaciones del intervalo de la variable trabajo y de la variable capital,

cada vez que el trabajo aumenta una hora, el producto disminuye 103 unidades, y que cada vez que el capital privado lo hace en una unidad monetaria, el producto aumenta 4,1. De igual forma, cada vez que el capital público aumenta en una unidad monetaria, el producto sólo lo hace en 0,16. Cabe señalar, que la representación del modelo es la Ecuación 18.

Tabla 4. Parámetros del modelo

Fuente	Valor	Error estándar	T	Pr > t	Límite inferior (95%)	Límite superior (95%)
Intercepción	9017665,227	641623,029	14,054	<0,0001	7742574,285	10292756,170
L	-103,056	10,107	-10,196	<0,0001	-123,142	-82,970
Kpriv	4,111	0,110	37,230	<0,0001	3,891	4,330
Kpub	0,169	0,389	0,435	0,665	-0,604	0,942

Ecuación del modelo (Y):

$$Y = 9017665,2270972 - 103,0562790052 \cdot L + 4,11071807093107 \cdot K_{priv} + 0,169081444232131 \cdot k_{pub} \quad (18)$$

En la Tabla 5 y la Figura 10, se presentan los coeficientes beta, también conocidos como coeficientes de regresión estandarizados. Con dichos coeficientes es posible comparar la influencia que tienen las variables explicativas, en la variable dependiente. En otras palabras, se busca saber qué tan significativos son el capital y el trabajo en el producto. De la Tabla 5 se obtienen los parámetros que representan la participación o peso que tendrá el capital privado y público (α_1 y α_3), y el trabajo ($1 - \alpha$), en el producto.

Tabla 5. Coeficientes estandarizados utilizando el software XLSTAT

Fuente	Valor	Error estándar	T	Pr > t	Límite inferior (95%)	Límite superior (95%)
L	-0,296	0,029	-10,196	<0,0001	-0,354	-0,238
Kpriv	0,882	0,024	37,230	<0,0001	0,835	0,929
Kpub	0,013	0,029	0,435	0,665	-0,045	0,071

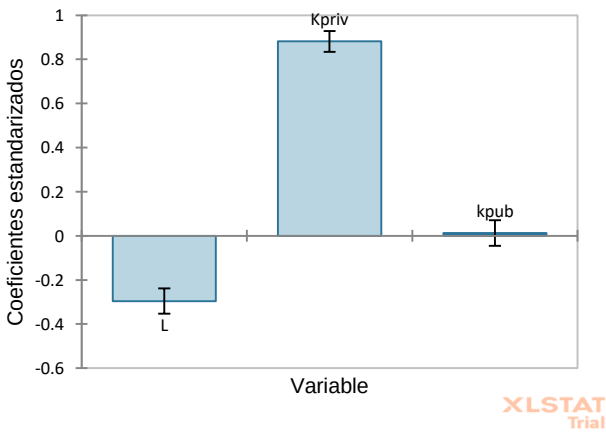


Fig.10 Producto/Coeficientes estandarizados (Intervalo de confianza 95%)

La Figura 11 expone el análisis de los residuos. Es importante poner atención en los residuos centrados reducido, ya que las hipótesis vinculadas a la regresión lineal, se distribuyen de manera normal $N(0,1)$, lo que indica que el 95% de los residuos deben encontrarse dentro de cierto intervalo, y por tanto, cualquier dato fuera de este umbral, es un dato atípico. En la Figura 11 se muestran las predicciones, así como las observaciones.

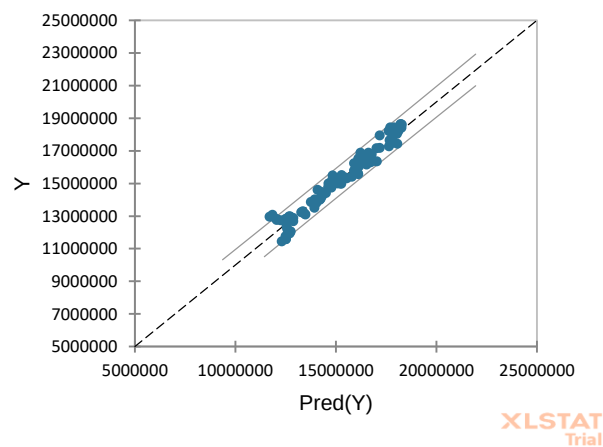


Fig.11 Predicciones PIB

En el caso del histograma de los residuos estandarizados, la Figura 12, permite marcar de manera rápida, la presencia de valores fuera del intervalo $[-1, 1]$.

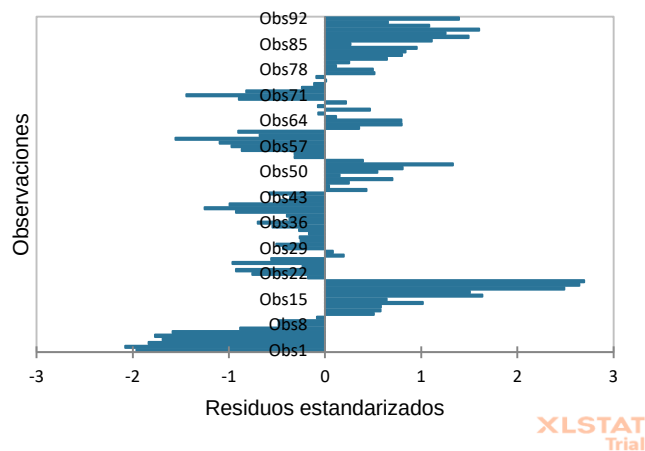


Fig.12 Residuos estandarizados

En cuanto a los modelos autorregresivos, estos pueden ser descritos según [32], como aquellos en donde una variable o conjunto de estas se explican, en cierta forma, como una función de los valores pasados de esa misma variable o conjunto. Dicho proceso autorregresivo de orden 1, que es denotado por $AR(1)$, se puede escribir con la Expresión 19.

$$y_t = \phi y_{t-1} + \delta + \varepsilon_t \tag{19}$$

Donde ϕ y δ son constantes y ε_t es un ruido blanco.

Tabla 6. Resultados de la autorregresión

C	0,0016
AR(1)	0,25
Suma de los errores al cuadrado	0,04
Media	0,00291605
Desviación estándar	0,002921374

A través de dicho modelo, en la Tabla 6, se observan los parámetros autorregresivos, media y desviación estándar de la productividad agregada de la economía (PTA), la cual ya incluye al agente gobierno, afectando a todos los factores productivos. Por su parte, como ya se ha mencionado la productividad del trabajo, se obtiene por la optimización, utilizando algoritmos genéticos. Prácticamente, con estos parámetros, se obtiene el proceso estocástico que sigue la tecnología asociada a nuevos bienes de capital y de las horas de trabajo.

Aunque, en el caso del parámetro β , la tasa de preferencia subjetiva intertemporal que se utiliza, es la misma que calcula [33], en su análisis empírico de la tasa subjetiva de descuento para el consumidor mexicano; mientras que δ_G , que representa la tasa de depreciación, se obtiene también de la literatura, específicamente del trabajo de [34], donde hace una estimación del stock de capital público en México. Finalmente, se calibra el parámetro que determina la inversión pública, por lo que se asume un porcentaje promedio del nivel de producción de la economía destinado a este fin. En concreto, se supone que un 4% del nivel de producción, se destina a inversión pública.

Resultados de la simulación

Para describir los resultados de la simulación se toman en cuenta tres distintos estados: 1) realidad, la cual viene representada por el análisis actual de las variables del modelo de la economía mexicana; 2) capacidad, en donde se simulará un horizonte de 10 años; 3) potencialidad, en la que se introducen distintas perturbaciones que optimicen ciertas variables y potencialicen la dinámica de la economía de México.

Actual (Realidad)

En el estado actual, se puede confirmar la información obtenida a través del modelo de regresión múltiple, ya que es posible observar el escaso impacto del capital público sobre el modelo. De hecho, como se muestra en la parametrización, la proporción promedio de inversión pública en México, apenas es del 4% del producto o del ingreso.

La Figura 13, también confirma que el capital privado, tiene un mayor dinamismo y nivel, que su contraparte pública. Asimismo, la inversión privada sigue la misma tendencia que el capital privado, lo cual precisa, la gran relevancia de esta variable sobre la inversión que realizan las empresas en la economía. Por su parte, el consumo resulta ser la variable de mayor preponderancia para el cálculo del producto. En cuanto al estado actual de la economía mexicana, se puede ver que desde el 2018, ésta se ha ido desacelerando, y con la crisis provocada por la pandemia del SARS-COV-2, esta cayó drásticamente en el segundo trimestre del 2020, para posteriormente, tener un rebote, el cual ha resultado ser insuficiente para regresar a los niveles prepandemia.

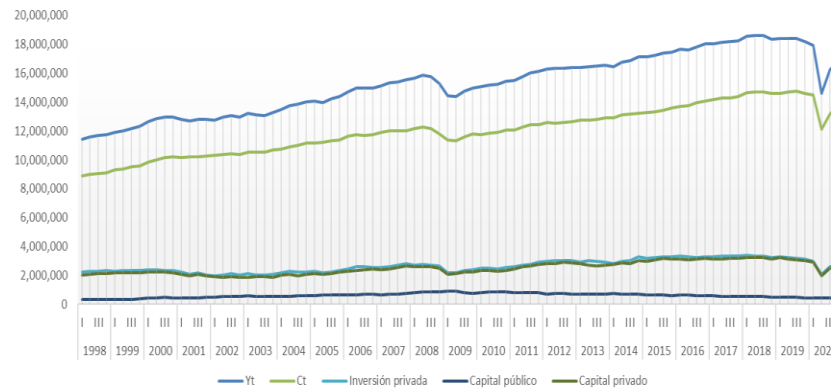


Fig.13 Series originales de las variables endógenas del modelo

Proyección (Capacidad)

Una vez que se alimenta el modelo en *iThink 8.0*, se lleva a cabo el cálculo de las funciones impulso-respuesta de las distintas variables que conforman el modelo, y observar cómo responden a las tres diferentes perturbaciones simuladas, incluida la generada por el proceso de optimización del algoritmo genético.

La Figura 14 muestra las proyecciones del modelo para la economía de México para los próximos 10 años. En uno de los escenarios generados por la simulación, se observa que el consumo seguirá siendo la variable que marque la tendencia a futuro del producto. Por su parte, la inversión, así como el capital privado, tendrán un comportamiento volátil, lo cual no es alentador para tener un crecimiento sostenible en la economía mexicana. Al igual que ocurre con el producto y el consumo, la inversión de gobierno como la acumulación de capital público, siguen la misma tendencia, aunque esta última, en un mayor nivel dado que representa un stock. En cuanto a los costos por el uso por el servicio de capital y del salario real (costo por el uso por el servicio de la mano de obra), ambas variables presentan a lo largo del tiempo proyectado, el mismo comportamiento. Lo anterior, se explica porque comparten varios parámetros, como son los tecnológicos asociados a los factores productivos.

Perturbaciones (Potencialidad)

La Figura 15 permite apreciar que las perturbaciones introducidas al modelo tienen efectos distintos por separado. En el caso del progreso tecnológico específico a la inversión, su perturbación tiene gran impacto en la dinámica del consumo (disminuyéndolo por debajo de su valor de estado estacionario). A su vez, hace que aumente el salario real y el costo del trabajo, que disminuya el interés real junto con el costo de su uso. Del mismo modo, aumenta la intensidad en el uso de capital, y por su naturaleza, termina afectando la economía, por medio del empleo de nuevos activos de capital.

Cabe señalar, que la cantidad de activos de capital que ya se encontraban instalados, no se ven afectados, solamente se depreciarán ante un incremento en la carga tecnológica por el nuevo capital acumulado, en el caso de que aumente el peso del parámetro alfa, el salario disminuya, al igual que el nivel de trabajo. Por su parte, el efecto incremental que se tiene por la perturbación en la inversión, tiene el mismo efecto que se ha descrito en otros trabajos, ya que esta deriva en un acrecentamiento en el proceso de acumulación del capital. De igual forma, dicho impulso cualitativamente a la inversión, es sumamente elevado, lo que provoca que el consumo disminuya, lo cual lleva a una

economía que sacrifica consumo presente por consumo futuro, y en la que un mayor nivel de capital exige mayores esfuerzos para rentabilizarlo.

En contraste, el progreso tecnológico neutral, tiene un efecto contrario en cuanto al interés real y el costo del uso por el servicio de capital. Una ventaja de una perturbación neutral, es que incrementa la intensidad de uso del capital como del trabajo al mismo tiempo. Aunque, la desventaja es que no se sabe a través de qué canal lo hace, de ahí la importancia de las perturbaciones específicas.

Por su parte, la perturbación sobre la productividad del trabajo, originada por medio de un algoritmo genético, se destaca por ampliar la tasa de utilización de dicho factor, puesto que aumenta en mayor proporción las horas trabajadas, lo que lleva a disminuir el ocio. Si el incremento del factor trabajo no viene acompañado de un aumento del producto, el salario real y nominal tenderán a disminuir. También, una perturbación en el factor trabajo termina afectando dentro del sistema al interés real.

Por otro lado, la perturbación estocástica, asociada al proceso de inversión en capital público, provoca una pequeña disminución en la inversión privada, así como en su acumulación y de forma contraria, genera un importante aumento en la acumulación de capital público y de inversión pública del gobierno. Lo anterior se explica, porque este tipo de modelos, usan como supuesto, el que el proceso estocástico asociado a cierta variable, en este caso a la inversión pública, es sumamente persistente en el horizonte de tiempo simulado. Lo anterior, provoca efectos directos con las variables relacionadas, además de que la inversión pública, es acompañada por un proceso de acumulación.

Dicha perturbación, genera efectos en otras variables, como es el consumo privado, haciendo que este se incremente, aunque en el último año del horizonte proyectado, cae al igual que el producto. Otro de los resultados, es que la variable trabajo, al inicio de la simulación, se ve afectada negativamente. No obstante, termina incrementándose, al igual que el uso por el servicio de capital y del salario real, dado que una dotación mayor en el capital público se refleja en el incremento de los ingresos que obtienen los factores de producción de los agentes privados.

En resumen, la inversión en capital público se incrementa, debido al aumento en la recaudación fiscal, ya que sus parámetros forman parte de la función de producción agregada de la economía, por lo que se genera un efecto multiplicador, puesto que un mayor dinamismo en la economía, permitirá que se incremente el monto recaudado, y este se transfiera a la acumulación de nuevo capital por parte del gobierno.

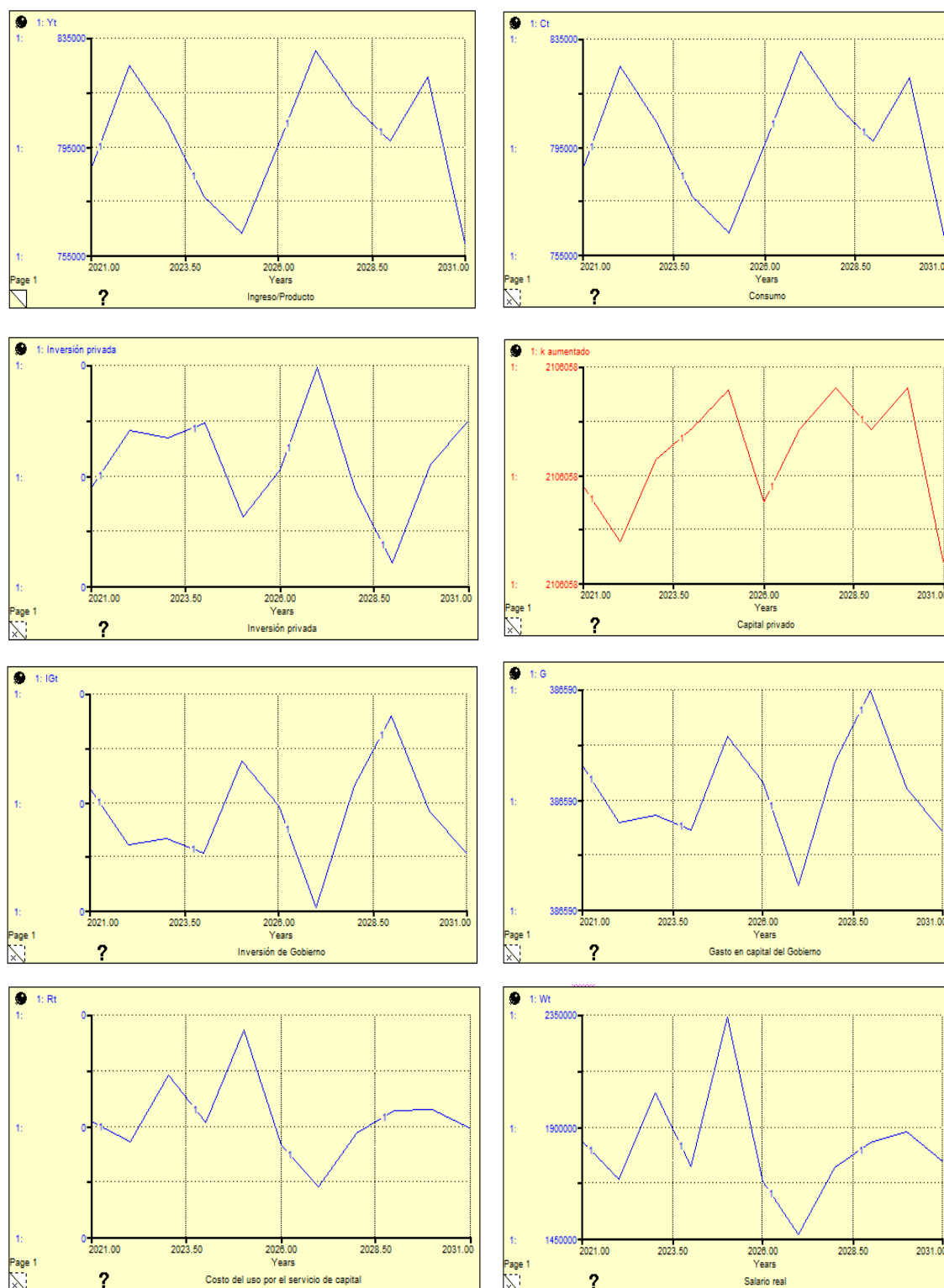


Fig.14 Simulaciones de las variables del modelo

4. Conclusiones

Los resultados obtenidos mostraron que la perturbación tecnológica específica de la inversión, para el caso de México, tiene un mayor impacto que la perturbación evolutiva del trabajo. La perturbación evolutiva, permite optimizar el factor trabajo, aumentando su peso y utilización, dentro de la función de producción. Asimismo, permite que en $t+1$ el salario nominal y real, pueda aumentar sin que esto afecte de manera importante el nivel de trabajo y ocio. En tanto, la perturbación estocástica asociada al proceso de inversión en capital público, tiene un importante impacto en el crecimiento del producto a largo plazo, puesto que permite aumentar el número de factores productivos en la economía de México. Fue posible desarrollar un modelo, en el que se introdujeron distintas perturbaciones tecnológicas y agregadas, lo cual permite que el sistema construido, evolucione con el tiempo, y que optimice el factor trabajo, la inversión privada y pública. Estas perturbaciones introducidas a la economía mexicana, mostraron que es posible aumentar la participación y utilización de los factores productivos (capital y trabajo). En futuras investigaciones se podrían agregar otro tipo de perturbaciones empleando variantes en técnicas y herramientas. De igual forma, se podrían utilizar otros factores productivos, además de los clásicos, y de esta manera, obtener un sistema abierto que pueda interactuar con su entorno. Se podrían desagregar, aún más, ciertas variables para aterrizarlas de un plano macro, a uno microeconómico, y tener todo el espectro productivo.

Referencias

1. Cimoli, M., *Developing Innovation Systems: Mexico in a Global Context*, 2016. Londres: Routledge. ISBN-0-8264-4768-6.
2. Rotemberg, J., Woodford, M., *NBER Macroeconomics Annual. An Optimization-Based Econometric Framework for the Evaluation of Monetary Policy*, 1997. Boston: MIT Press. ISBN: 0-262-02435-7.
3. Hurtado-Rendón, A., Franco-González, H., Botero-García, J.A., *Los modelos DSGE: una respuesta de la discusión macroeconómica*. *Estudios Económicos*, 2011. **28**(58): p. 59-78. DOI: <https://doi.org/10.52292/j.estudecon.2011.773>.
4. Holland, J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, 1992. Cambridge: Bradford Book. ISBN-13: 978-0262581110.
5. Marimon, R., McGrattan, E., Sargent, T.J., *Money as a medium of exchange in an economy with artificially intelligent agents*. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1990. **14**(2): p. 329-373. DOI: [https://doi.org/10.1016/0165-1889\(90\)90025-C](https://doi.org/10.1016/0165-1889(90)90025-C).
6. Dorsey, R.E., Mayer, W.J., *Genetic Algorithms for Estimation Problems with Multiple Optima, Nondifferentiability, and Other Irregular Features*. *Journal of Business & Economic Statistics*, 1995. **13**(1): p. 53-66. DOI: <https://doi.org/10.2307/1392521>.
7. Forrester, J.W., *Industrial Dynamics*, 2013. Eastford: Martino Fine Books. ISBN-13978-1614275336.
7. Greenwood, J., Hercowitz, Z., Huffman, G.W., *Investment, Capacity Utilization, and the Real Business Cycle*. *The American Economic Review*, 1988. **78**(3): p. 402-417.
8. Greenwood, J., Hercowitz, Z., Krusell, P., *Long-Run Implications of Investment-Specific Technological Change*. *The American Economic Review*, 1997. **87**(3): p. 342-362.
9. Acemoglu, D., *Labor-and Capital-Augmenting Technical Change*. *Journal of the European Economic Association*, 2003. **1**: p. 1-37. DOI: <https://doi.org/10.1162/154247603322256756>.
10. Castellanos, D., *La Relación Entre los Choques Estocásticos de Productividad y la Inflación*. *Revista Desarrollo y Sociedad*, 1997. **1**(1): p. 123-148. DOI: <https://doi.org/10.13043/dys.39.5>.

11. Venegas-Martínez, F., *Un modelo estocástico de equilibrio macroeconómico: acumulación de capital, inflación y política fiscal*. Investigación Económica, 2009. **68**(268): p. 69-114. DOI: <http://dx.doi.org/10.22201/fe.01851667p.2009.268.37384>.
12. Fisher, J., *The Dynamic Effects of Neutral and Investment-Specific Technology Shocks*. Journal of Political Economy, 2006. **114**(3): p. 413-445. DOI: <https://doi.org/10.1086/505048>.
13. Huesca-Reynoso, L., Castro-Lugo, D., Rodríguez-Pérez, R., *Cambio tecnológico y sus efectos en el mercado de trabajo: una revisión analítica*. Economía, sociedad y territorio, 2010. **10**(34): p. 749-779. DOI: <https://doi.org/10.22136/est002010134>.
14. Ravn, M.O., Simonelli, S., *Labor market dynamics and the business cycle: Structural evidence for the United States*. Scandinavian Journal of Economics, 2007. **109**(4): p. 743-777. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9442.2007.00520.x>.
15. Juillard, M., *Dynamic Stochastic General Equilibrium Models: A Computational Perspective*. en: The Oxford Handbook of Computational Economics and Finance. S.- Chen, H., Kaboudan, M., Du, Y.R., 2018. Oxford: UK. DOI: <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199844371.001.0001>.
16. Nachane, D. *Dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) modelling in practice: identification, estimation and evaluation*. Macroeconomics and Finance in Emerging Market Economies, 2017. **10**: p. 107-134. DOI: <https://doi.org/10.1080/17520843.2016.1213759>.
17. Dilaver, Ö., Calvert Jump, R., Levine, P., *Agent-based macroeconomics and dynamic stochastic general equilibrium models: where do we go from here?*. Journal of Economic Surveys, 2018. **32**: p. 1134-1159. DOI: <https://doi.org/10.1111/joes.12249>.
18. Tamegawa, K., *Constructing a Small-Region DSGE Model*. ISRN Economics, 2013. p. 1-9. DOI: <https://doi.org/10.1155/2013/825862>.
19. Baluta, V.I., Shults, D.N., *A Version of a Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for an Open Economy*. Mathematical Models and Computer Simulations, 2020. **12**: p. 519-527. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0234087919110091>.
20. Blazquez, J., Galeotti, M., Manzano, B., Pierru, A., Pradhan, S., *K-DSGE: A Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for Saudi Arabia*, 2020. King Abdullah Petroleum Studies and Research Center (KAPSARC). DOI: <https://doi.org/10.30573/KS--2019-MP06>.
21. Sahminan, S., Utama, R., Rakman, G., Idham, I., *A dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) model to assess the impact of structural reforms on the Indonesian economy*. BEMP, 2017. **20**: p. 149-180. DOI: <https://doi.org/10.21098/bemp.v20i2.810>.
22. Dahani, K., Aboulaich, R. *Dynamic stochastic general equilibrium model for the Islamic economy*. Investment Management and Financial Innovations, 2018. **5**: p. 370-382. DOI: [http://dx.doi.org/10.21511/imfi.15\(3\).2018.30](http://dx.doi.org/10.21511/imfi.15(3).2018.30).
23. Yang, Y., Zhang, H., Chen, X., *Coronavirus pandemic and tourism: Dynamic stochastic general equilibrium modeling of infectious disease outbreak*. Annals of tourism research, 2020. **83**: p. 102913-102913. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.annals.2020.102913>.
24. Balleer, A., *New evidence, old puzzles: Technology shocks and labor market dynamics*. Quantitative Economics, 2012. **3**(3): p. 363-392. DOI: <https://doi.org/10.3982/QE35>.
25. Creswell, J.W., Creswell, J.D., *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*, 2018. California: SAGE. ISBN: 978-1-5063-8670-6.
26. Polonsky, M.J., Waller, D.S., *Designing and Managing a Research Project: A Business Student's Guide*, 2014. California: SAGE. ISBN-13: 978-1544316468.
27. Barry, R., *Introduction to Systems Thinking*, 2004. ISBN-10: 0970492103.
28. Keller, G., *Statistics for Management and Economics+Xlstat Bind*, 2017. Massachusetts: Cengage Learning. ISBN: 978-1337093453.
29. StataCorp LLC., *Dynamic Stochastic General Equilibrium Models Reference Manual*, 2021. College Station: Stata Press. ISBN-13: 978-1-59718-327-7.
30. Torres, J., *Capital público y crecimiento económico en España 1980-2004*. Hacienda Pública Española, 2009. **188**(1): p. 31-54.

31. Alvarez, P., Crespo, A., Núñez, F., Usabiaga, C., *Introducción de elementos autorregresivos en modelos de dinámica de sistemas*. Revista de Dinámica de Sistemas, 2006. **2**(1): p. 37-66.
32. Rivera-Hernández, E., Venegas-Martínez, F., *Análisis empírico de la tasa subjetiva de descuento para el consumidor mexicano*. Eseconomía, 2014. **9**(40): p. 115-132.
33. Gutiérrez, F.S., *Estimación del Stock de capital público en México a nivel estatal: 1990-2015*. Economía Informa, 2017. **404**: p. 63-80. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecin.2017.05.012>.
34. Campero, J., Trigueros, M., *Propuesta didáctica en optimización dinámica*. Investigación en el aula. Educación matemática, 2010. **22**(3): p. 87-117.

Conflicto de Intereses

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses.

Agradecimientos

Los autores agradecen las facilidades otorgadas para la realización de este trabajo al Instituto Politécnico Nacional, a la Secretaría de Investigación y Posgrado, con los proyectos SIP 20210297 y 20220220, a la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA), a la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME), a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, al CET 1 Walter Cross Buchanan, al CONACyT, y al Programa de Estímulo al Desempeño Docente (PEDD del IPN).

Contribución de los autores

Mario Aguilar-Fernández. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2621-8692>

Desarrollo de la investigación y redacción del manuscrito.

Arturo Merlín-Rodríguez. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9655-7847>

Desarrollo de la investigación y redacción del manuscrito.

Julián Patiño-Ortiz. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8106-9293>

Desarrollo de la investigación y redacción del manuscrito.

Brenda García-Jarquín. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7192-2342>

Administración y supervisión del proyecto de investigación.

Paola Fortanell-Estrada. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1898-7475>

Administración, supervisión, validación. Redacción del manuscrito.