

Análisis mediante el método de elementos finitos de un molino de paletas para triturar granos

Analysis by using the finite elements method of a paddle mill for grinding grains

José Félix Morales Leslie¹, Joao Bárzaga Quesada^{2*}, Santiago Santana Reyes³, Yoandrys Morales Tamayo²

¹ Departamento de Ingeniería Agrícola, Universidad de Granma. Carretera a Manzanillo km 17,5. Bayamo. Granma, Cuba.

² Universidad de Técnica de Cotopaxi, Extensión La Maná. Av. Los Almendros y Pujilí. La Maná, Ecuador.

³ Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Granma. Carretera a Manzanillo km 17,5. Bayamo. Granma, Cuba.

*Autor de correspondencia: joao.barzaga5406@utc.edu.ec

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento/No Comercial 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Recibido: 27 octubre 2020 **Aceptado:** 13 noviembre 2020 **Publicado:** 10 enero 2021

Resumen

El presente trabajo comprende la determinación del estado tensional del árbol de un molino de paletas para triturar granos, así como la identificación de la velocidad de descarga que se produce debido a la rotación del molino. Para ello se obtuvo el modelo 3D del árbol objeto de estudio y sus componentes mediante el software *Solidworks* en su versión del 2016. Seguidamente se procedió a efectuar un análisis estático partiendo de la especificación de las condiciones de contorno que definen el modelo en su funcionamiento. Además, se aplicó el torque que se ejerce al rotar a una frecuencia de 2500 rpm y una potencia de 4 kW. También se observó la velocidad de descarga que provoca la velocidad angular asociada a la frecuencia de rotación antes citada para lo cual se realizó un análisis de flujo mediante el uso del componente *Flow Simulation*, que permitió observar la distribución de la velocidad en toda la región de rotación del árbol, efectuándose un muestreo de la velocidad en algunas zonas cercanas a la descarga del molino para lograr valores más consistentes de velocidad periférica, que es el parámetro que permite la evacuación del material de la zona de trabajo. Los desplazamientos obtenidos debido a los esfuerzos son insignificantes y no alteran el destino de servicio de la pieza. La velocidad de descarga desarrollada en la región de rotación del árbol fue de entre 10,4 m/s hasta 31,8 m/s lo que estima que la productividad del molino esté entre 0,57 y 1,75 m³/s.

Palabras clave: molino de granos, árbol, tensión, velocidad de descarga, elementos finitos

Abstract

The present work is based on the determination of the tensional status of the shaft of a mill of trowel to crush grains, and the identification of the discharge velocity due to the mill rotation. In order to get the mentioned scope, a 3D model of the shaft and its components were obtained by using the software *Solidworks* in his version of 2016. The static analysis begins with the specification of the contour conditions that define the model and its functions; beside the provoked torque applied

rotating the shaft to 2500 rpm and a power of 4 kW. The discharge velocity was also observed, associated to the fact that the correlated angular velocity provokes the frequency of the above-mentioned rotation for which the use of Flow Simulation allowed accomplished an analysis of intervening flow itself observing the distribution of the velocity at all the region of rotation of the shaft. A sampling of the velocity at some close zones to the unloading of the mill to achieve more consistent values of tip velocity which is the parameter that enables the evacuation of the material of the work zone was achieved. The displacements found were not significant and did not alter the use destination of the piece. The discharge velocity developed at the shaft rotation zone was 10.4 m/s to hasta 31.8 m/s, which estimates the mill productivity between 0.57 y 1.75 m³/s.

Keywords: Grain mill, shaft, strain, discharge velocity, finite elements

1. Introducción

El estudio del comportamiento de materiales y piezas resulta muy importante durante la etapa del diseño. Con ello, se logra un proceso fiable que permite conocer las piezas, estructuras, mecanismos y máquinas. El diseño asistido por computadora (CAD) y la ingeniería asistida por computadora (CAE) se han aplicado ampliamente en las prácticas del diseño de ingeniería. Los diseños de ingeniería se clasifican en términos del nivel de creatividad, se comparan los roles de los diseñadores y se discute el impacto de las técnicas asistidas por computadora en la creatividad y efectividad del diseño para los fines propuestos [1].

La ingeniería asistida por computadora se convierte en una herramienta ideal para determinar la mejor solución cuando se evalúa un gran número de construcciones sujetas a determinadas restricciones. El análisis mediante elementos finitos (FEA) es una de las técnicas más importantes y dentro de esta, el modelo está compuesto por nodos y elementos en todo su dominio; posee la capacidad superior de resolver problemas diversificados para geometrías complejas y este es uno de sus atributos más importantes [1]. El avance acelerado en el análisis por elementos finitos se debe a los potentes procesadores informáticos y al incesante desarrollo de software. En años recientes, la ayuda de los elementos finitos en la ingeniería se incrementó enormemente. Los factores claves en el análisis de elementos finitos son los cálculos numéricos, que tienen el propósito de estimar los parámetros y límites acordados [2]. El cálculo de los niveles de esfuerzo o tensiones que aparecen en los elementos de máquinas sometidos a cargas externas, así como las deformaciones experimentadas se pueden determinar utilizando software de elementos finitos [3].

Los estudios realizados mediante FEA permiten la toma de decisiones respecto a los resultados y con ello realizar cambios para lograr el modelo deseado. El uso de estas herramientas muestran soluciones que realzan la importancia del cálculo con elementos finitos [4]. La oportunidad de disponer de herramientas informáticas permite optimizar el diseño mecánico por minimización de las tensiones localizadas en piezas de máquinas con formas complejas combinadas [5]. Los resultados de la simulación se pueden juzgar por la experiencia del ingeniero. La herramienta de visualización en una herramienta FEA es muy útil para que un usuario justifique si el resultado de la simulación tiene sentido práctico [1]. La interfaz gráfica fácil de usar y comprensible, la potente funcionalidad de los sistemas de software y la visibilidad de los resultados permiten su uso en cálculos y análisis en varias industrias de ingeniería [6].

Es muy importante el análisis por elementos finitos y el estudio de los esfuerzos o tensiones que pueden ocurrir en los diferentes componentes mecánicos. Entre ellos, el análisis del efecto de las discontinuidades geométricas en el incremento de las tensiones, logrando con el uso de software CAD la eficacia en los diseños [7]. Además, se ha observado el comportamiento resistivo de un árbol

para un reductor planetario obteniendo resultados favorables [8]. Por otra parte, una investigación condujo a descubrir que la fractura en un árbol de elevador se debió a los grandes esfuerzos a que estaba sometido y al radio de curvatura del chavetero [9].

Los molinos son empleados en diferentes procesos industriales. En Cuba existen diferentes tipos de molinos para triturar granos, entre ellos podemos mencionar los de bolas, de tornillo sinfín, de martillos, de paletas entre otros; uno de los más utilizados tal vez por la sencillez de su fabricación es el de paletas, el cual es empleado además para triturar piedras con el objetivo de lograr materiales para la construcción de viviendas. La industria de la construcción cubana se ha visto afectada constantemente por las fallas de sus diferentes equipos, así como por la falta de repuestos. Debido a esto, las tareas de ingeniería y mantenimiento se hacen muy importantes para lograr los planes de producción. Por ende, se hace necesario el uso de herramientas computacionales que permitan la simulación de diferentes situaciones para determinar el comportamiento de estructuras, mecanismos y piezas.

El interés por conocer el comportamiento de elementos rotatorios bajo esfuerzos de torsión ha sido una necesidad por parte de investigadores. Por ejemplo, la determinación del factor de intensidad de la tensión condujo a obtener buenos resultados sobre la fatiga que se ocasionaba [10]. Algunas investigaciones [11-19], han utilizado los elementos finitos para el estudio de la torsión. Asimismo, a través de estos análisis [20-24], se ha logrado determinar el comportamiento de árboles agrietados y sometidos a vibraciones, de tal forma que permitan la obtención de datos para la detección de la ocurrencia de grietas y fatiga debido al fenómeno torsión-vibración.

Por otra parte, la aplicación de la dinámica de fluidos computacional en problemas de flujos, transferencia de calor, entre otras, permite al investigador obtener resultados para conocer el comportamiento de algunas variables en espacios determinados. El estudio del flujo transitorio en una unidad de bomba tubular permite tener una referencia significativa sobre las operaciones transitorias de la bomba, teniendo en cuenta presiones y velocidades de flujo [25]. Además, mediante el estudio de la inclinación del eje de una propela de impulsión se comprueba que los patrones de funcionamiento están de acuerdo con los datos experimentales [26]. También está reportado el análisis de un molino de vientos para la detección de la distribución de las tensiones en el rotor [27]. De igual manera, el comportamiento de un molino para triturar soya se reporta para conocer variables del flujo pulverizado [28] y una investigación numérica de un pulverizador de impacto alimentado neumáticamente para conocer el comportamiento del flujo [29]. La importancia y utilidad del análisis numérico ha sido demostrada en los ejemplos antes mencionados, por lo que se hace viable su uso en la presente investigación.

Entre las partes fundamentales de los molinos de paletas se encuentra el árbol motriz en el cual se encuentran insertadas las cuchillas que conjuntamente con las sufrideras son las encargadas de triturar y lograr que pase el material por la malla colectora con la granulometría deseada. Por tales motivos, dicho árbol requiere cumplir una serie de requisitos técnicos que le permita soportar los esfuerzos a los que está sometido, principalmente torsión y flexión; tales valores no se tienen registrados en estos tipos de molinos. Igualmente, dadas las exigencias de los planes de producción, se hace necesario conocer los parámetros de flujo del material luego de su trituración. Por lo antes expuesto, surge la idea de analizar estos factores mediante herramientas computacionales y con ello el desarrollo de la presente investigación que tiene como objetivo, determinar el máximo esfuerzo que puede soportar el árbol motriz durante su funcionamiento y la velocidad de descarga que este elemento genera.

2. Materiales y Métodos

Para dar cumplimiento a la problemática planteada se efectuaron los siguientes pasos a partir del uso del programa *SolidWorks* en su versión del 2016. En la Figura 1 se muestran los elementos que integran el molino objeto de estudio. En un enfoque de análisis de elementos finitos, los elementos y los nodos son unidades básicas para construir un modelo de sistema. Un dominio continuo está representado por un conjunto de elementos y nodos, y los comportamientos de un dominio continuo se aproximan mediante valores nodales de variables de estado en un espacio de solución. Los elementos en un modelo son subdominios continuos, aunque la solución al modelo es para variables de estado discretizadas en nodos, estos son un conjunto de vértices que se utilizan para representar elementos [1].

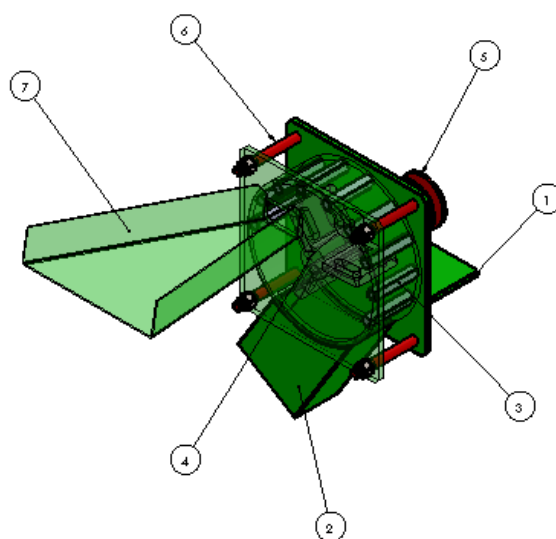


Fig.1 Componentes fundamentales del molino de paletas

Además, se muestran en la Tabla 1, los materiales que conforman cada parte del molino de paletas de la Fig.1. Estos datos se hacen necesarios para el cálculo del comportamiento mecánico.

Tabla 1. Especificaciones del molino de paletas

No.	Denominación	Material	Cant.
1	Soporte	Plancha de 10mm A-36	1
2	Carcasa	Plancha de 6 mm A-36	1
3	Sufridera	Barra de cuadra 16 mm Acero AISI 4340	9
4	Árbol motriz	AISI 1045	1
5	Polea	Barra Ø 110mm A36	1
6	Espárragos de sujeción	Barra Ø 22mm Ac-35	4
7	Canal de alimentación	Chapa de 2mm A 36	1

Determinación del estado tensional del árbol

En la Figura 2 se muestra el modelo 3D simplificado del árbol objeto de estudio. En este, se excluyen los elementos de sujeción. En la Figura 3 se identifica la asignación de materiales a cada componente del árbol.

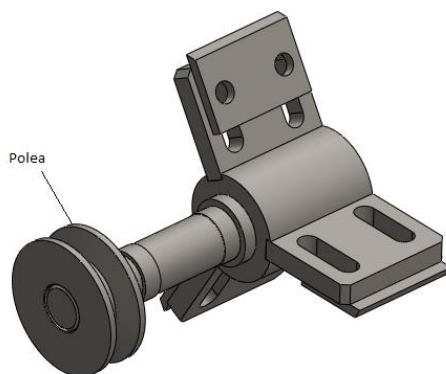


Fig.2 Modelo 3D del árbol y componentes

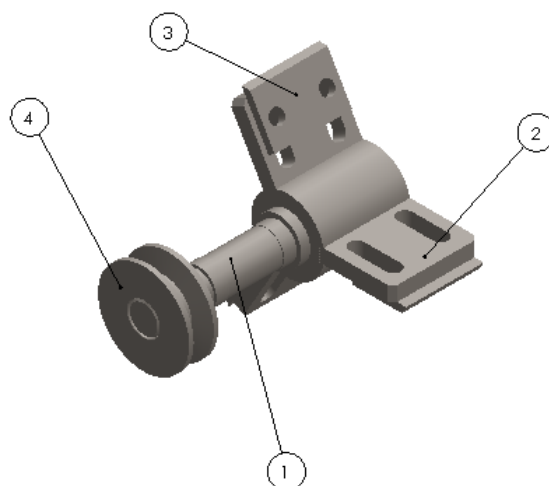


Fig.3 Componentes del árbol objeto de estudio

Tabla 2. Componentes del árbol del molino de paleta

No.	Descripción	Material	Limite elástico del material [MPa]
1	Árbol	AISI 1045	530
2	Soporte de cuchilla	AISI 1045	530
3	Cuchilla	AISI 4340	470
4	Polea	A36	250

Aplicación de las condiciones de contorno

Para efectuar la aplicación de las condiciones de contorno, se tuvo en consideración que el árbol estaría expuesto a un momento torsor o torque provocado por el llenado de la carcasa en condiciones límites, lo que provocaría que el mismo tuviera una tendencia a frenar el movimiento del mismo. Este frenado se representa en la Figura 4 con la sujeción de la polea. Las zonas señaladas en azul son los soportes de rodamientos.

Estudio de esfuerzos

El cálculo de esfuerzos y deformaciones se basa en la solución de ecuaciones diferenciales sujetas a condiciones de contorno, así como las propiedades del material [1].

$$\sigma_i = E \cdot \varepsilon_i \quad (1)$$

Donde:

σ_i : Esfuerzo en diferentes direcciones (MPa).

E: Módulo de elasticidad de Young (MPa).

ε_i : Deformación unitaria.

i: Dirección (1;2;3) de esfuerzos y deformaciones.

La ley de Hooke generalizada se emplea en el análisis de elementos finitos.

$$\varepsilon_i = \frac{1+\nu}{E} \left(\sigma_i - \frac{\nu}{1+\nu} \cdot \text{tr}\sigma \right) \tag{2}$$

Siendo:

ν : Coeficiente de Poisson.

$\text{tr}\sigma$: $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$

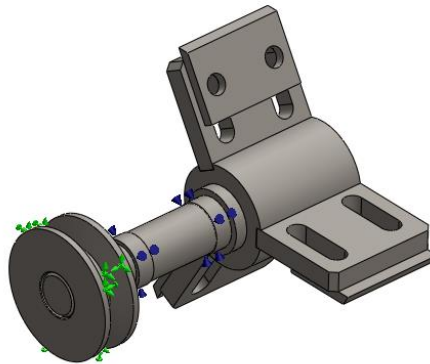


Fig.4 Condiciones de contorno

Localización del momento torsor actuante

Para determinar el momento torsor actuante se consideró una situación extrema, en la que producto del llenado excesivo de la carcasa, el árbol deja de girar. Como potencia del motor se consideró 4 kW y la frecuencia de rotación del árbol de 2500 rpm. El momento torsor calculado en base a la expresión (3) fue 15,3 Nm.

$$M_t = 9550 \frac{P}{n} \tag{3}$$

El mallado utilizado posee las características que se muestran en la Tabla 3. Por otra parte, en la ejecución del análisis se utilizó el método adaptativo h para la convergencia del mallado.

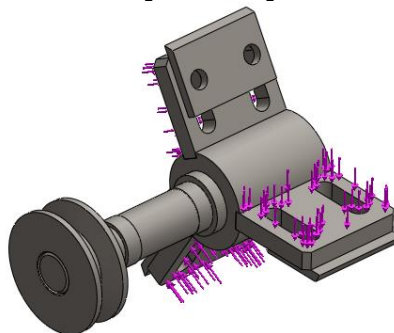


Fig.5 Fuerzas actuantes

Tabla 3. Características del mallado utilizado en el estudio

Mallador utilizado	Malla estándar
Puntos jacobianos	4 puntos
Tamaño de elementos	5,79 mm
Tolerancia	0,29 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Número total de nodos	1160034
Número total de elementos	796960
Cociente de aspecto máximo	257,97
Porcentaje de elementos distorsionados	0

**Fig.6** Mallado del árbol

Determinación de la velocidad de descarga del molino

Con el propósito de conocer el comportamiento de la velocidad de descarga del molino se efectuó una simulación del flujo de aire asociado a la acción de desmenuzamiento del grano o del material a procesar, para lograr este objetivo se realizaron las siguientes acciones:

- Se supuso que la velocidad del aire en la apertura de alimentación era de 2 m/s
- Como región de rotación del árbol se estableció un diámetro de 265 mm.
- Se declaró una temperatura ambiente 30°C.

La determinación de la velocidad angular del árbol es mediante la expresión:

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \quad (4)$$

Donde:

ω : velocidad angular (rad/s)

n : frecuencia de rotación del árbol

La velocidad de descarga se determina atendiendo a la velocidad periférica o tangencial a la región de rotación. $\omega = 261,7 \text{ rad/s}$

La simulación se realizó mediante el uso del complemento *Flow Simulation* asociado al software utilizado, que basa su funcionamiento en la dinámica de fluidos computacionales utilizando el método de volumen finito. Para ello se utilizó una malla rectangular refinada cuyas celdas son paralelepípedos con caras ortogonales. Los cálculos en este tipo de simulaciones se realizan a través de las ecuaciones de Navier-Stokes. Mediante las ecuaciones (5-8) se pueden calcular varios parámetros y realizar estudios en toda la geometría para obtener el comportamiento de los fluidos en diferentes puntos [1], aunque en este estudio solo se analiza la velocidad de descarga:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x_i} (\partial u_i) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\partial u_i u_j) + \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij} + \tau_{ij}^R) + S_i, \quad i=1,2,3 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i H}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j (\tau_{ij} + \tau_{ij}^R)) + \frac{\partial \rho}{\partial t} - \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho \epsilon + S_i u_i + Q_H \quad (7)$$

$$H = h + \frac{u^2}{2} \quad (8)$$

Donde:

u : es la velocidad del aire (m/s)

ρ : es la densidad del aire (kg/m^3)

S_i : es la fuerza externa distribuida en masa

h : es la entalpía (J)

Q_h : es la fuente de calor o el sumidero por unidad de volumen (J)

τ : es el tensor viscoso al esfuerzo cortante (MPa)

q : es el flujo de calor difusivo (W/m^2)

3. Resultados y Discusión

Resultados del cálculo por el método de elementos finitos

En la determinación del estado tensional y deformacional del árbol se muestra que la máxima tensión se localiza en zonas pertenecientes al pasador de sujeción del árbol con la polea, lo cual es un resultado coherente pues este constituye el elemento fusible de esta transmisión. Esta unión, por sus características puede formar tensiones cortantes, cargas cíclicas que ocasionen grietas hasta la ocurrencia de desgaste. Problemas similares se discuten en [30], donde afirman que las altas tensiones y las cargas soportadas por los ejes, dan paso a las grietas, lo que se conoce como fatiga por rozamiento.

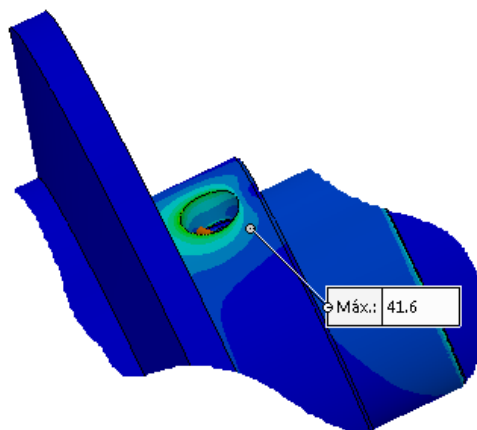


Fig.7 Zona de máxima tensión

En la Figura 8 se pueden observar los valores de las tensiones de Von Mises, cuya máxima tensión fue de 41,6 MPa. La misma no supera el límite elástico de los materiales de los componentes del árbol, el resto del espectro de tensiones va desde 1,7 MPa hasta 38,1 MPa, lo que representa el 67,8% del volumen del árbol; de esto se infiere que pudieran tomarse medidas que conlleven a una optimización de los costos de fabricación. Estos resultados muestran que se pudiera analizar una variante del material a utilizar.

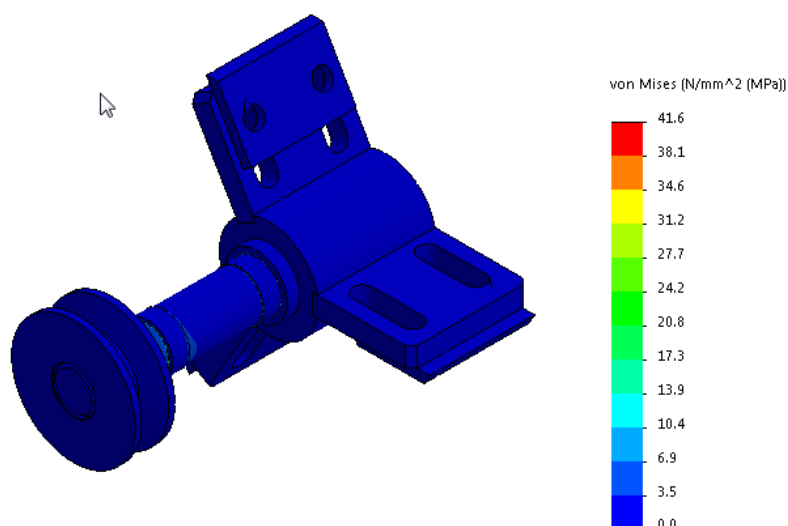


Fig.8 Tensiones Von Mises

En la Figura 9, se observan los desplazamientos obtenidos durante los esfuerzos simulados. Estos valores no son significativos, por lo tanto, no afectan el destino de servicio de la pieza.

Determinación de la velocidad de descarga

La simulación de la velocidad de descarga del molino asociada a la rotación del árbol mostró los resultados siguientes; la máxima velocidad fue de 43 m/s. Sin embargo, de acuerdo a lo que se puede observar, este valor no es representativo de la periferia en la región de rotación. Los valores de velocidad a partir de 33,4 m/s hasta el máximo se encuentran en la zona de la carcasa y cercano al radio de las cuchillas. El movimiento y la fuerza de impacto entre partículas pueden ser los motivos de la obtención de los resultados mostrados en la Figura 10, por lo que se procedió a realizar un muestreo de puntos en la zona de rotación.

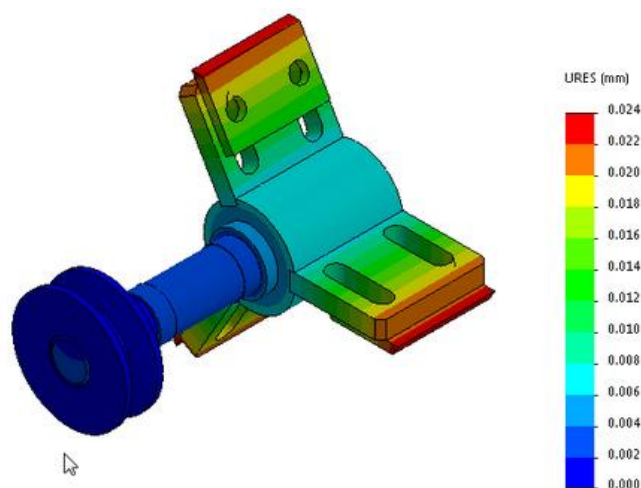


Fig.9 Localización de los desplazamientos

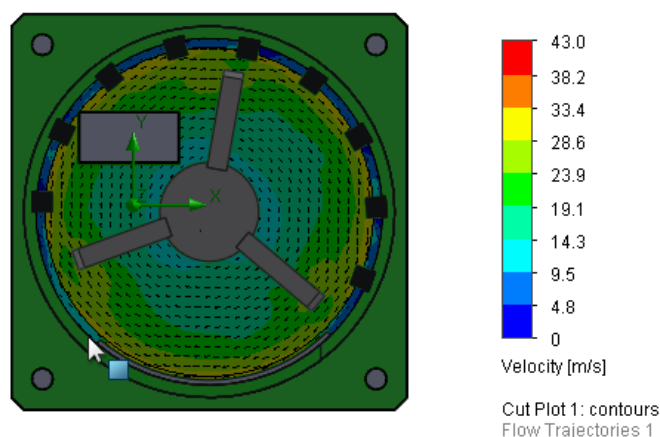


Fig.10 Distribución de la velocidad asociada a la rotación del árbol

Luego del proceso de cálculo, se realizaron varias operaciones que permiten valorar el estudio realizado. En la presente investigación, se tomaron muestras en zonas diferentes para comprobar los valores de la velocidad de descarga que se obtuvieron alrededor de la periferia. En la Figura 11 se observan las zonas tomadas como referencias para analizar los valores de salida en la descarga. En cada una, se midieron 11 puntos en línea recta desde el árbol hasta la carcasa.

Las gráficas obtenidas de los puntos tomados (Figuras 12 y 13) muestran un comportamiento similar; según va aumentando el radio también aumenta la velocidad. Los valores de velocidad obtenidos en la periferia de la región de rotación para el muestreo A, presentan valores desde 10,4 m/s hasta 31,8 m/s.

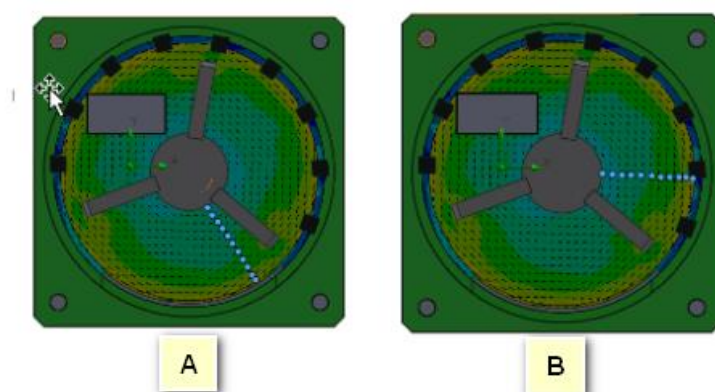


Fig.11 Muestreo realizado en la zona de rotación

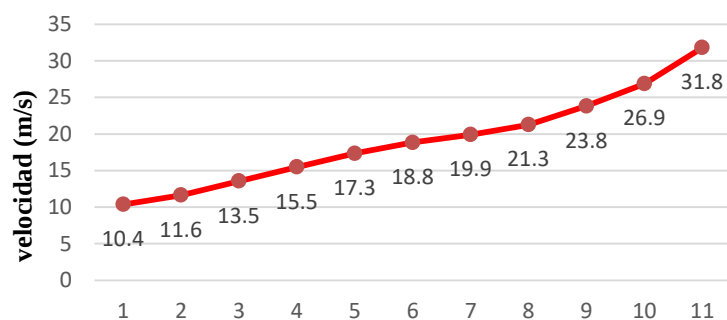


Fig.12 Comportamiento de la velocidad en A

Los puntos tomados en el muestreo B que se muestran en la Figura 13, presentaron valores desde 12,5 m/s hasta 28,6 m/s. Debido a la variación que existe en todo el contorno del molino, se pueden escoger como valores representativos de la velocidad de descarga los pertenecientes al muestreo A.

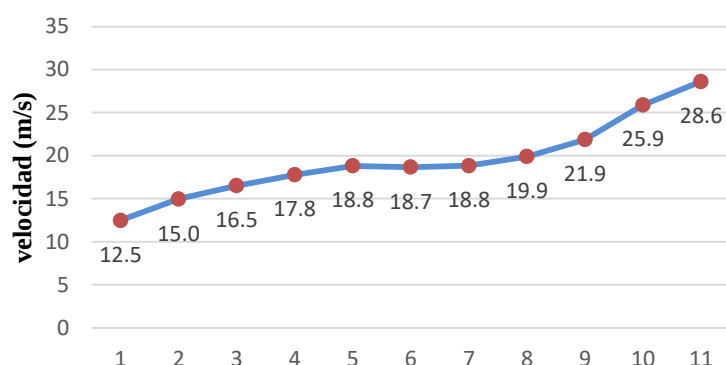


Fig.13 Comportamiento de la velocidad en B

A través del análisis numérico aplicado al estudio de flujo se obtuvieron resultados que muestran los valores de la velocidad de descarga del molino investigado. Asimismo, estos datos permiten determinar un rango de trasiego en la máquina durante su funcionamiento, por lo que la investigación puede ser considerada para la toma de decisiones en cuanto a los posibles volúmenes de producción de materiales de la construcción para este tipo de molinos de paletas.

4. Conclusiones

Como conclusiones de la investigación se obtuvo que las tensiones que se producen debido al par torsional desarrollado en el árbol no superan el límite elástico de los materiales componentes del mismo, pudiéndose analizar la posibilidad de realizar acciones de optimización de los costos debido a exceso de material. Los desplazamientos obtenidos debido a los esfuerzos producidos son insignificantes y no alteran el destino de servicio de la pieza objeto de estudio. La velocidad de descarga desarrollada en la región de rotación del árbol está entre 10,4 m/s hasta 31,8 m/s lo que trae como consecuencia que la productividad del molino pudiera estar entre 0,57 y 1,75 m³/s respectivamente.

Referencias

1. Bi, Z., *Finite Element Analysis Applications. A Systematic and Practical Approach*, 2018. Academic Press: USA.
2. Afolabi, S.O., Oladapo, B.I., Ijagbemi, C.O., Adeoye, A.O.M., Kayode, J.F., *Design and finite element analysis of a fatigue life prediction for safe and economical machine shaft*. Journal of Materials Research and Technology, 2019. **8**(1): p. 105-111. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2017.10.007>.
3. Rivero, K., Figueroa, C., Carvajal, J., Gómez, R., Fumero, A., *Máquina para ensayo de compresión en materiales utilizados en ingeniería de tejidos*. Revista Cubana de Ingeniería, 2020. **11**(3): p. 11-21.
4. da Silva, P., Rodrigues, L., Lopes, S., Rebuzzi, M., Proença, L., *Finite Element Modelling, en Modelling Steel and Composite Structures*, 2017. Butterworth-Heinemann.
5. Amé, R.M., Lezama, D.H., *Gestión de las discontinuidades geométricas combinadas en el diseño mecánico*. Revista Cubana de Ingeniería, 2012. **3**(1): p. 21-27.

6. Timerbaev, N.F., Sadrtidinov, A.R., Safin, R.G., *Software Systems Application for Shafts Strength Analysis in Mechanical Engineering*. Procedia Engineering, 2017. **206**: p. 1376-1381. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.648>.
7. Amé, R.M., Dasso, G.M., Lezama, D., *Tensiones localizadas producidas por discontinuidades geométricas combinadas*. Revista Cubana de Ingeniería, 2011. **2**(2): p. 43-48.
8. Quesada, A.M., Pérez, R., Hernández, L.W., Almaral, A., *Diseño y tecnología de fabricación del árbol de un reductor planetario*. Ciencias Holguín, 2011. **17**(1): p. 1-11.
9. Göksenli, A., Eryürek, I.B., *Failure analysis of an elevator drive shaft*. Engineering Failure Analysis, 2009. **16**(4): p. 1011-1019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2008.05.014>.
10. Rubio, P., Rubio, L., Muñoz-Abella, B., Montero, L., *Determination of the Stress Intensity Factor of an elliptical breathing crack in a rotating shaft*. International Journal of Fatigue, 2015. **77**: p. 216-231. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.01.018>.
11. Karihaloo, B.L., Xiao, Q.Z., Wu, C.C., *Homogenization-based multivariable element method for pure torsion of composite shafts*. Computers & Structures, 2001. **79**(18): p. 1645-1660. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(01\)00091-8](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(01)00091-8).
12. Mutasher, S.A., *Prediction of the torsional strength of the hybrid aluminum/composite drive shaft*. Materials & Design, 2009. **30**(2): p. 215-220. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2008.05.024>.
13. Blatnická, M., Sága, M., Kopas, P., Handrik, M., *Numerical simulation and experimental verification of torsion fatigue tests for material Weldox*. Transportation Research Procedia, 2019. **40**(2019): p. 631-638. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2019.07.090>.
14. Barsoum, I., Khan, F., Barsoum, Z., *Analysis of the torsional strength of hardened splined shafts*. Materials & Design (1980-2015), 2014. **54**: p. 130-136. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.08.020>.
15. Firat, M., *A numerical analysis of combined bending–torsion fatigue of SAE notched shaft*. Finite Elements in Analysis and Design, 2012. **54**: p. 16-27. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.finel.2012.01.005>.
16. Bertocchi, E., Mantovani, S., Ciavarella, M., *A simple method of analysis of partial slip in shrink-fitted shafts under torsion*. International Journal of Mechanical Sciences, 2018. **142-143**: p. 541-546. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.05.027>.
17. Sevkát, E., Tümer, H., Halidun, M., Dogan, S., *Effect of torsional strain-rate and lay-up sequences on the performance of hybrid composite shafts*. Materials & Design, 2014. **60**: p. 310-319. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.03.069>.
18. Zhao, G., Zhang, L., Tang, C., Zhou, Y., Hao, W., Luo, Y., *Experimental study on the torsion behavior of a 3D 4-directionally braided composite shaft using DIC and AE*. Polymer Testing, 2018. **72**: p. 122-131. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2018.10.016>.
19. Hao, W., Huang, Z., Zhang, L., Zhao, G., Luo, Y., *Study on the torsion behavior of 3-D braided composite shafts*. Composite Structures, 2019. **229**: p. 111384. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111384>.
20. Gayen, D., Chakraborty, D., Tiwari, R., *Finite element analysis for a functionally graded rotating shaft with multiple breathing cracks*. International Journal of Mechanical Sciences, 2017. **134**: p. 411-423. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.10.027>.
21. Kulesza, Z., Sawicki, J.T., *Rigid finite element model of a cracked rotor*. Journal of Sound and Vibration, 2012. **331**(18): p. 4145-4169. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.04.014>.
22. Gayen, D., Tiwari, R., Chakraborty, D., *Finite element based stability analysis of a rotor-bearing system having a functionally graded shaft with transverse breathing cracks*. International Journal of Mechanical Sciences, 2019. **157-158**: p. 403-414. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.04.056>.

23. Lv, B., Ouyang, H., Li, W., Shuai, Z., Wang, G., *An indirect torsional vibration receptance measurement method for shaft structures*. Journal of Sound and Vibration, 2016. **372**: p. 11-30. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.02.020>.
24. Han, Z., Wang, K., Lu, L., Wu, Y., Wang, C., *Fatigue damage assessment method of turbine shafts' torsional vibrations under SSO incidents*. Engineering Failure Analysis, 2019. **105**: p. 627-637. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2019.07.030>.
25. Kan, K., Zheng, Y., Chen, H., Zhou, D., Dai, J., Binama, M., Yu, A., *Numerical simulation of transient flow in a shaft extension tubular pump unit during runaway process caused by power failure*. Renewable Energy, 2020. **154**: p. 1153-1164. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.03.057>.
26. Javanmard, E., Yari, E., Mehr, J.A., *Numerical investigation on the effect of shaft inclination angle on hydrodynamic characteristics of a surface-piercing propeller*. Applied Ocean Research, 2020. **98**: p. 102108. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apor.2020.102108>.
27. Rojas-Sola, J.I., Bouza-Rodríguez, J.B., Menéndez-Díaz, A., *Technical and functional analysis of Spanish windmills: 3D modeling, computational-fluid-dynamics simulation and finite-element analysis*. Energy Conversion and Management, 2016. **123**: p. 130-139. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.06.031>.
28. Tae-Jong, Y., Won-Bin, O., Bo-Ram, L., Zong-Liang, L., Min-Ho, P., Ill-Soo, K., *A numerical study on particle behaviors of fluid flow in pulverizer*. Materials Today: Proceedings, 2020. **22**: p. 1939-1948. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.03.101>.
29. Chatzilamprou, I.G., Youds, M.W., Tierney, M.J., Armstrong, B., *Numerical investigation of a developmental pneumatically fed impact pulveriser*. Applied Mathematical Modelling, 2006. **30**(11): p. 1180-1195. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2006.02.002>.
30. Erena, D., Vázquez, J., Navarro, C., Domínguez, J., *Numerical analysis of toroidal voids as stress relievers in shrink-fitted shafts*. Tribology International, 2020. **143**: p. 105996. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.105996>.

Conflicto de Intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses con otras instituciones o investigadores en cuanto a los resultados presentados en el trabajo.

Contribución de los autores

José Félix Morales Leslie. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9442-4394>

Participó en el diseño de la investigación, determinación de las tensiones y velocidad de descarga mediante elementos finitos. Redacción del manuscrito.

Joao Bárzaga Quesada. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9792-7379>

Participó en el diseño de la investigación, introducción y análisis de los resultados. Redacción del manuscrito.

Santiago Santana Reyes. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0059-0990>

Participó en el diseño de la investigación, de las tensiones y velocidad de descarga mediante elementos finitos.

Yoandrys Morales Tamayo. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7456-1490>

Participó en el diseño de la investigación, revisión bibliográfica y análisis de los resultados.