

Gestión de las discontinuidades geométricas combinadas en el diseño mecánico

Ricardo Mario Amé

Correo electrónico:ingricardoame@gmail.com

Artículo Original

Daniel Hernán Lezama

Correo electrónico:danielhleza@gmail.com

Universidad Nacional de Lomas de Zamora, República Argentina

Resumen

Es conocido que en elementos mecánicos la distribución de las tensiones localizadas y el valor máximo generado en las discontinuidades geométricas combinadas en una misma sección o en secciones próximas depende de la posición relativa de las formas y su distribución. La oportunidad de disponer de herramientas informáticas permite optimizar el diseño mecánico por minimización de las tensiones localizadas en piezas de máquinas con formas complejas combinadas. En el presente trabajo se muestra una aplicación de este concepto mediante el estudio de una pieza plana, con cambio de ancho y perforación central, sometida a carga axial constante. Son comparados los factores de concentración de tensiones sugeridos por la bibliografía especializada y los obtenidos por MEF en este estudio. Los resultados sugieren la necesidad de analizar distintas alternativas y la posibilidad de comprobar que la combinación de discontinuidades geométricas, en una misma sección, no sólo genera menores tensiones que las declaradas en la literatura clásica especializada, sino que permite, en oportunidades, un adecuado diseño de minimización de tensiones localizadas

Palabras clave: concentración de tensiones, elementos finitos, diseño mecánico

Recibido: 15 de noviembre del 2011

Aprobado: 22 de diciembre del 2011

INTRODUCCIÓN

Los componentes de máquinas se diseñan con las formas adecuadas a su función específica. La mayoría de las veces, esa funcionalidad exige ejecutar discontinuidades geométricas en una misma sección resistente o en secciones muy cercanas. Ello puede generar tensiones localizadas de mayor valor a la nominal. Esta circunstancia es difícil de obviar. En trabajos anteriores [1-5] realizados por el equipo de investigación de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora, Argentina, se ha podido comprobar que la magnitud de las tensiones localizadas por combinación de discontinuidades geométricas produce tensiones localizadas de magnitud significativamente menores a las que indican distintos autores [6-8].

La distribución de tensiones en discontinuidades geométricas aisladas es bien conocida y puede estudiarse a partir de diversos libros de texto, pero ante la presencia de varias discontinuidades, que interactúan entre sí, las soluciones disponibles son escasas.

La existencia de trabajos de investigación sobre la distribución de tensiones en placas planas, con cargas

axiales en sus bordes, con agujeros o cambio de ancho es abundante. Chin-Bing Ling, Schoultz y Hutter, citados en Peterson, determinaron matemáticamente las relaciones entre las tensiones máximas y nominales para placas con dos agujeros, con más de dos agujeros en línea y para dos líneas paralelas de agujeros, [9] con carga aplicada en dos caras opuestas de la placa o en las cuatro aristas. Se observa, por ejemplo, que para la placa con una línea de agujeros orientada de manera perpendicular a la carga, la tensión en el punto periférico interno del orificio aumenta a medida que disminuye la distancia entre centros de los agujeros y disminuye, a medida que se alejan. El factor de concentración de tensiones K_t , calculado entre la máxima tensión obtenida y la tensión en la sección neta entre agujeros, disminuye a medida que ésta última aumenta por acercamiento entre centros. Lipson y Juvinall [10] ofrecen el gráfico que muestra el valor del factor de concentración de tensiones -calculado matemáticamente a partir de la relación con la tensión nominal- para una placa plana con varios agujeros distribuidos en dos ejes paralelos entre sí y perpendiculares a la carga aplicada, equidistantes, tanto lineal como diagonalmente; a medida que los agujeros se

separan el factor de concentración de tensiones tiende a 3. Zimmerman [11] también ha estudiado matemáticamente las tensiones en el borde interno de dos agujeros muy cercanos entre sí, incluso al punto en que llegan a ser tangentes, ubicados sobre una placa. Por su parte, Peñaranda Carrillo, *et. al* [12], han determinado el factor de concentración de tensiones en los bordes de dos agujeros de igual diámetro, en una placa plana, orientados en el sentido de la carga y perpendicularmente a ella. El estudio consistió en determinar las tensiones en el borde interno de los orificios, variando la magnitud de sus diámetros y la distancia que los separa; con la utilización del método de elementos finitos sus conclusiones apuntan a la relación entre la menor distancia y el mayor valor del factor de concentración (como en los casos anteriormente descritos). La aplicación del análisis de tensiones por elementos finitos es muy utilizado por la eficiencia y confiabilidad que otorga, Roldan y Bastidas [13] lo usan para estudiar una placa plana con agujero y comparan los resultados con los obtenidos mediante la teoría matemática de la elasticidad y de manera experimental; sus conclusiones indican que el factor de concentración de tensiones obtenido matemáticamente es superior en un 12,5% al calculado experimentalmente y por aplicación de los elementos finitos, que coinciden. Haddon, citado en Pilkey y Pilkey [14], ha estudiado el efecto que producen, en la distribución de tensiones, dos orificios circulares, de distinto diámetro, en una placa plana de dimensiones infinitas, encontrando que, para una diferencia de diámetros dada, la tensión en el borde interno de los orificios aumenta con la cercanía entre ellos, y para una separación dada, la magnitud de la tensión localizada disminuye a medida que los diámetros tienden igualarse. Monroy y Godoy [15] estudian las interacciones producidas por la existencia de varias perforaciones circulares, de distintos diámetros, sobre una placa plana sometida a carga axial en sus dos extremos opuestos, su estrategia fue determinar la distribución del campo de esfuerzos en la zona intermedia entre las discontinuidades, encontrando que las tensiones dependen de la distancia que las separa y de la relación de tamaño entre ellos, observándose que las tensiones crecen a medida que los agujeros se acercan entre sí a menos de una distancia de 4 radios, y decrecen a medida que se alejan, llegando a ser poco significativas a una distancia de más de 13 radios. Ting y Chen [16] también estudiaron la distribución de las tensiones para la placa plana con dos, tres y cinco perforaciones circulares, de igual y distintos diámetros, orientadas perpendicularmente o en igual sentido a la carga externa; sus conclusiones coinciden en el sentido de la influencia de la cercanía de las perforaciones con la intensidad de las tensiones generadas en sus bordes internos.

Con respecto al estudio de la distribución de tensiones en placas planas, con cambio de ancho, sometidas a cargas axiales, se tienen los trabajos de Frocht (1935), citados en Peterson [9] y en Lipson y Juvinal [10], y los de Appl y Koerner (1969) y Wilson y White (1973) citados por Pilkey y

Pilkey [14], donde, por medio del método de fotoelasticidad, se obtuvieron los factores de concentración de tensiones, indicando que, a medida que aumenta la diferencia entre los dos anchos de la placa, el factor se incrementa, del mismo modo que para pequeños radios de enlace entre las dos secciones.

A pesar de la cantidad de estudios realizados para los casos descritos anteriormente, trabajos que analicen la distribución de las tensiones, en especímenes que incluyan ambas discontinuidades geométricas: orificios circulares con cambio de ancho, en placas planas cargadas axialmente, no están disponibles.

En este trabajo se analiza el grado de importancia de la ubicación relativa de las discontinuidades geométricas en el valor de las tensiones localizadas generadas, y se comparan los factores teóricos de concentración de tensiones K_t obtenidos, con aquellos ofrecidos en la literatura clásica [9 y 14] para casos de discontinuidades geométricas únicas y sencillas.

Esta actividad implica un procedimiento que garantiza la optimización del diseño mecánico en función de minimizar dichas tensiones localizadas.

ESPÉCIMEN DE ESTUDIO

El espécimen de estudio del presente trabajo es una pieza plana, de pequeño espesor, con dos anchos distintos, unidos por medio de una curva suave semicircular, con una perforación circular sobre el eje de simetría longitudinal, como se muestra en la figura 1.

La singularidad del análisis consiste en determinar las tensiones σ_a y σ_b (en los puntos *a* y *b*) para distintas posiciones de la perforación a lo largo del eje central.

La placa está solicitada a carga axial F_a constante, resultante de la aplicada de manera distribuida en cada uno de sus extremos, que genera una tensión nominal de 200 MPa en la sección menor. Las dimensiones son: $h = 130$ mm, $h_a = 100$ mm, $r_a = 15$ mm, $r_b = 15$ mm, espesor 1 mm, con lo que resultan las relaciones: $2r_b/h_a = 0,30$, $r_a/h_a = 0,15$ y $h/h_a = 1,30$.

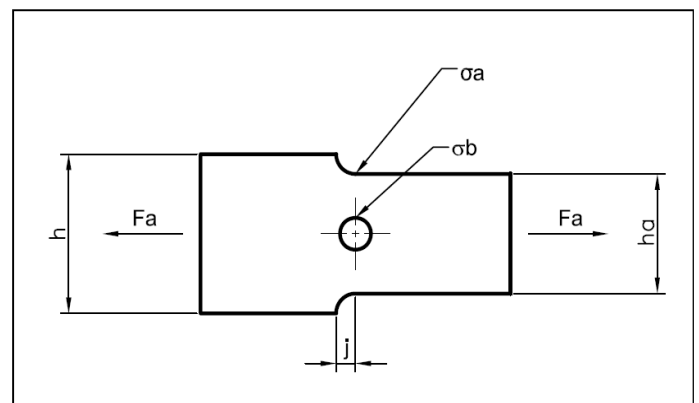


Fig. 1: Objeto de estudio.

La longitud total es suficientemente para evitar su influencia en los resultados que puedan obtenerse (Troyani, et. al. 2003, citado en [14]) y poder compararlos con los indicados en la "Chart 3.1", pág. 151 de Pilkey y Pilkey.

HERRAMIENTA, PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS

Se utiliza un software de análisis de tensiones por elementos finitos. La herramienta ya fue validada en otras oportunidades, [2,5] constatando que puede presentar un error menor al 4% en los resultados obtenidos. Se aplica para obtener las tensiones localizadas en los puntos a y b , para distintas posiciones de la perforación central dada por la cota j . El eje transversal de referencia para la medición de la cota j , se ubica en el inicio de la curva de empalme entre el ancho mayor y el ancho menor. Hacia la derecha de esa referencia se miden las cotas j positivas, y negativas hacia la izquierda.

Se determinan las tensiones en los puntos indicados para los casos en que $j=0$, $j=15$, $j=30$ y $j=-15$.

Con los valores de las tensiones obtenidas $\sigma_{a,máx}$ y $\sigma_{b,máx}$ se calcula el "Factor teórico de concentración de tensiones K_t " haciendo la relación con el valor la tensión nominal según las ecuaciones (1) y (2):

$$K_{ta} = \frac{\sigma_{a,máx}}{\sigma_{nom}} \quad (1)$$

Y también:

$$K_{tb} = \frac{\sigma_{b,máx}}{\sigma_{nom}} \quad (2)$$

donde:

K_{ta} : Factor teórico de concentración de tensiones para el punto a .

K_{tb} : Factor teórico de concentración de tensiones para el punto b .

$\sigma_{a,máx}$: Máxima tensión axial obtenida en el punto a , para cada alternativa de posición de la perforación central.

$\sigma_{b,máx}$: Máxima tensión axial obtenida en el punto b , para cada alternativa de posición de la perforación central.

σ_{nom} : Tensión nominal de 200 MPa existente en la sección completa de ancho h .

Con el objetivo de comprobar la relación existente entre los resultados históricos y los obtenidos con este análisis, los valores se comparan con aquellos ofrecidos por Pilkey y Pilkey [14] para "Chart. 3.1. Factores de concentración de tensiones K_t de una barra plana escalonada con empalme curvo de hombro sometida a tracción", "Chart. 4.1. Factores de concentración de esfuerzos K_{tg} y K_{tn} de la tensión en un elemento de ancho finito delgado con un agujero circular".

Resultados obtenidos para $j = 0$

La figura 2 muestra el modelo de trabajo para $j = 0$. El eje vertical de la perforación central coincide con el inicio del radio de empalme entre ambos anchos. En este caso y en los subsiguientes se ha aprovechado la simetría de la pieza para lograr ahorro de procesamiento informático.

Se obtiene la tensión $\sigma_{a,máx}$, en el punto a : 362 MPa, y tensión, $\sigma_{b,máx}$ en el punto b = 553 MPa

El color más oscuro se debe a la alta concentración de celdas de menor tamaño en la zona de estudio, si la figura estuviera más ampliada se verían tonalidades más claras correspondientes al color rojo representativo de las altas tensiones en el modelo de elementos finitos.

Resultados obtenidos para $j = 15$ mm

La figura 3 muestra el modelo de trabajo para $j = 15$ mm. El eje vertical de la perforación central se ha desplazado hacia la derecha, respecto del esquema anterior, y coincide con la finalización del empalme entre ambos anchos.

Se obtiene la tensión $\sigma_{a,máx}$, en el punto a : 360 MPa, y tensión, $\sigma_{b,máx}$ en el punto b = 534 MPa

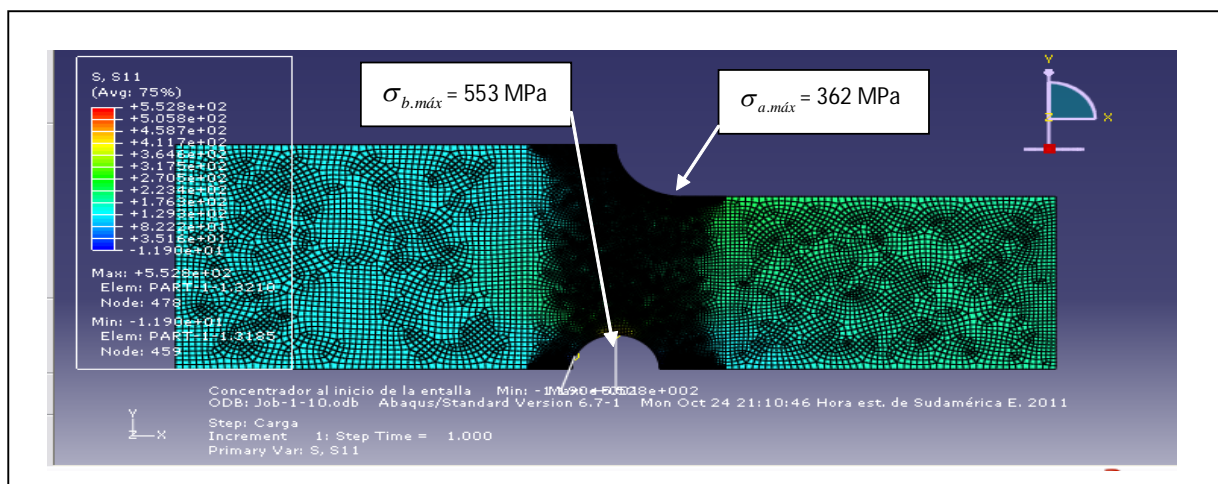


Fig. 2. Modelo de análisis de tensiones para $j = 0$

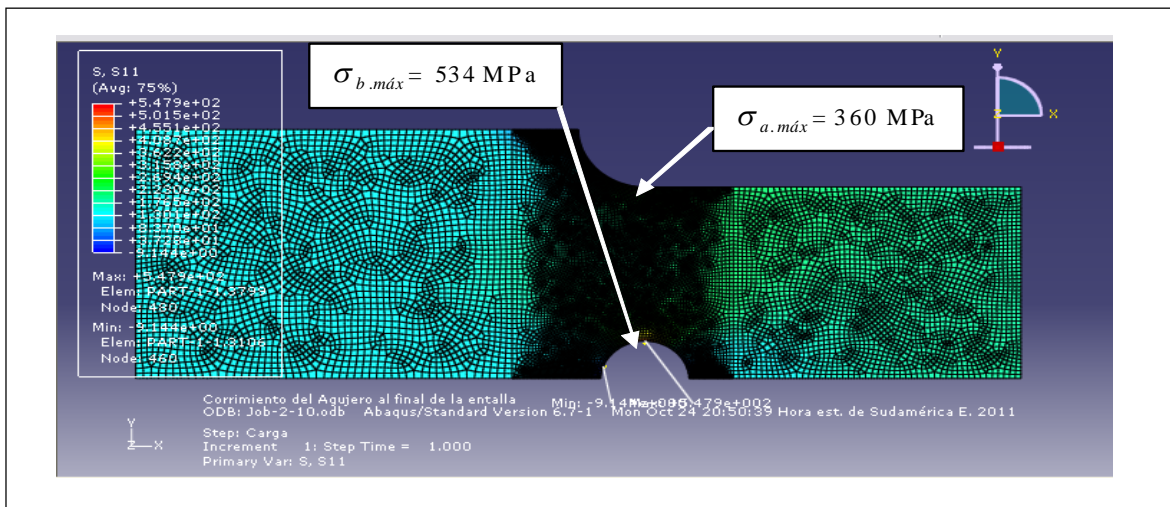


Fig. 3. Modelo de análisis de tensiones para $j= 15$ mm.

Resultados obtenidos para $j= 30$ mm

La figura 4 muestra el modelo de trabajo para $j= 30$ mm. El eje vertical de la perforación central se ha desplazado más hacia la derecha que en el caso anterior. Puede observarse que la perforación está fuera de la zona de cambio de ancho. Es decir, la combinación de discontinuidades geométricas prácticamente ha desaparecido.

Se obtiene la tensión $\sigma_{a.máx}$, en el punto a: 389 MPa, y tensión, $\sigma_{b.máx}$ en el punto b = 573 MPa.

Resultados obtenidos para $j= -15$ mm.

La figura 5 muestra el modelo de trabajo para $j= -15$ mm. En este caso, el eje vertical de la perforación central se ha desplazado hacia la izquierda respecto de $j= 0$. Puede observarse que, como para el caso de $j= 30$ mm, la perforación central se ubica fuera de la zona del cambio de ancho. Puede observarse que en este caso también ha desaparecido la combinación de discontinuidades geométricas.

Se obtiene la tensión $\sigma_{a.máx}$, en el punto a: 382 MPa, y tensión $\sigma_{b.máx}$ en el punto b = 556 MPa.

La tabla 1 muestra los valores de las tensiones máximas obtenidas para cada uno de los puntos en estudio y cada disposición de la perforación central. La tabla permite realizar la comparación entre ellos y, además, se indica el factor de concentración de tensiones K_t teórico en función de la tensión nominal aplicada de 200 MPa de acuerdo con las ecuaciones (1) o (2) según corresponda.

Puede leerse que, de todas las máximas tensiones obtenidas, las menores corresponden, tanto para el punto a como para el b, a la cota $j=15$ mm. Las mayores tensiones se leen para $j= 30$ mm para ambos puntos.

En la tabla 2 se han colocado nuevamente los factores de concentración de tensiones de la tabla 1, conjuntamente con los ofrecidos por [14] como se indicó anteriormente.

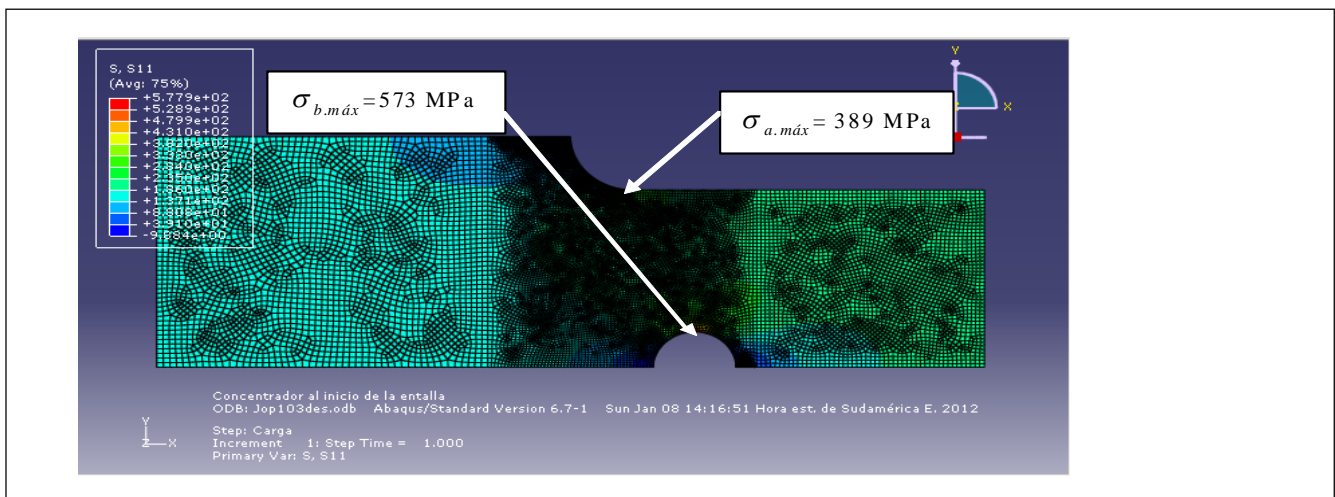


Fig. 4. Modelo de análisis de tensiones para $j= 30$ mm.

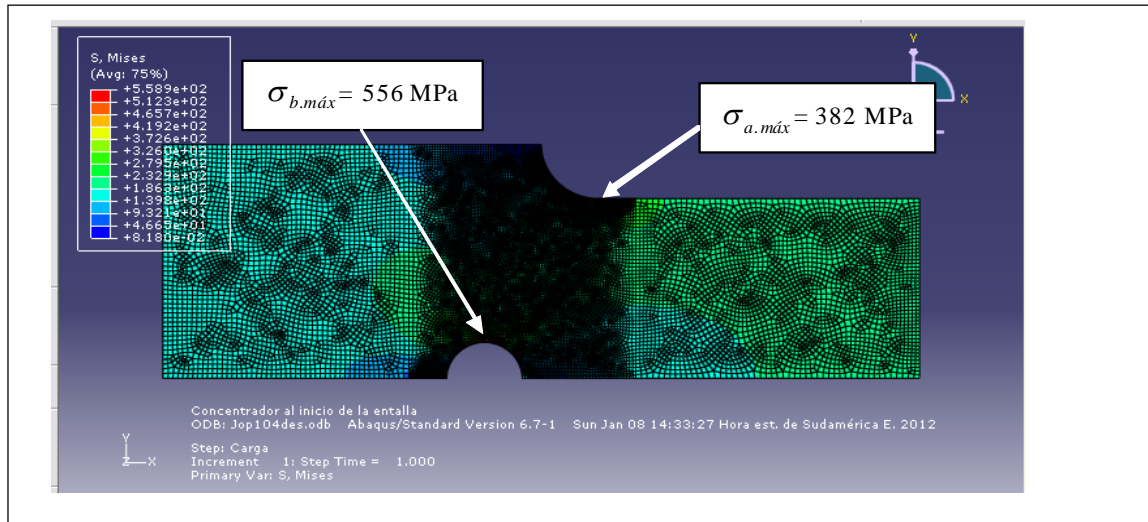


Fig. 5. modelo de análisis de tensiones para $j = -15$ mm.

Tabla 1 Cuadro resumen de tensiones localizadas y factor de concentración de tensiones teórico K_t								
Cota j (mm)	0		15		30		-15	
Esquema								
		K_t		K_t		K_t		K_t
Máx. tensión en el punto a (MPa)	362	1,81	360	1,8	389	1,94	382	1,91
Máx. tensión en el punto b (MPa)	553	2,76	534	2,65	573	2,86	556	2,78

Tabla 2 Cuadro comparativo de factores teóricos de concentración de tensiones K_t					
	Cota J (mm)	0	15	30	- 15
Según el presente estudio	(1) Punto a	1,81	1,8	1,94	1,91
	(2) Punto b	2,76	2,65	2,86	2,78
[14] Chart. 3.1.	(3) Punto a	1,87	1,87	1,87	1,87
	(4) Relación (1/3)	0,97	0,96	1,04	1,02
[14] Chart. 4.1.	(5) Punto b	3,13	3,13	3,13	3,13
	(6) Relación (2/5)	0,88	0,85	0,91	0,89

En la figura 6 se han trazado los valores de las tensiones de los puntos a y b, en función de la cota j , para una visualización

gráfica. Puede observarse claramente que las tensiones se reducen en la zona comprendida entre $j = 0$ y $j = 15$ mm.

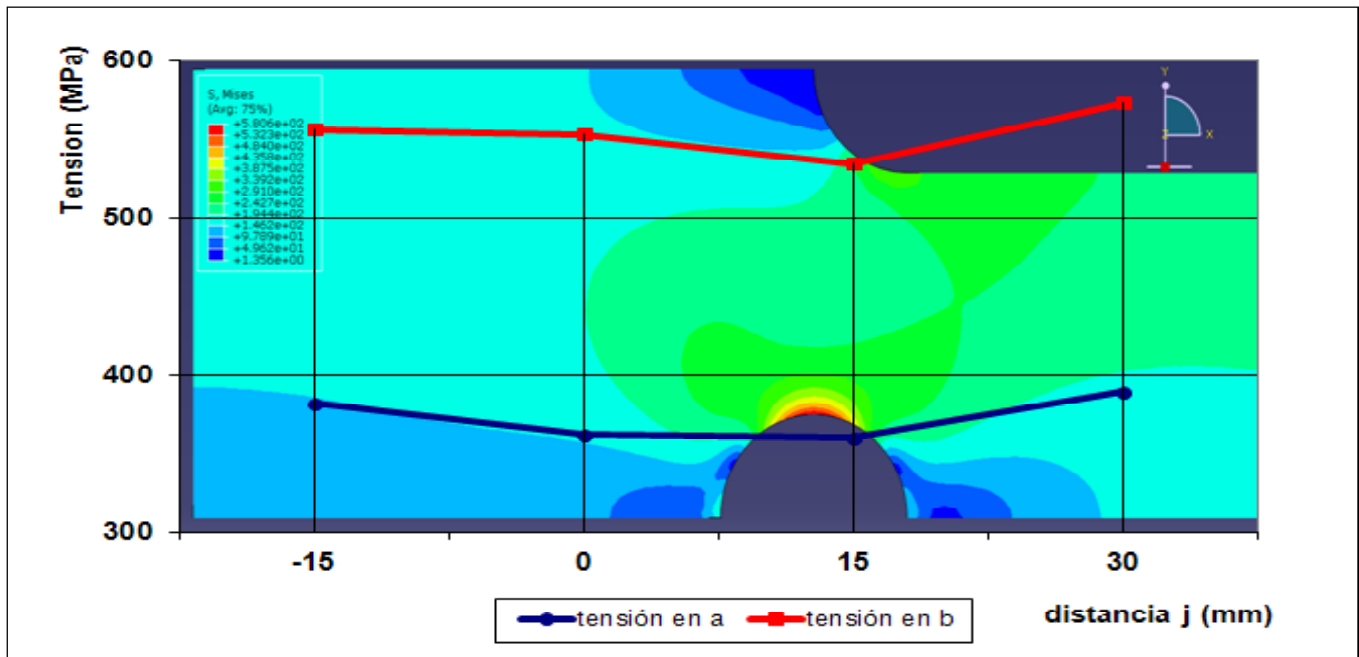


Fig. 6. Tensiones en los puntos *a* y *b* en función de la cota *J*.

CONCLUSIONES

El diseño de componentes mecánicos constituidos por placas planas, sometidos a cargas axiales constantes, con discontinuidades geométricas combinadas no debe presentarse como un escollo insalvable. Se ha podido demostrar en este trabajo que las tensiones localizadas, que se generan por ellas, no son de valor significativo. También se ha podido comprobar que las sugerencias disponibles, respecto al cálculo del factor de concentración de tensiones teórico, en los textos de diseño de elementos de máquinas no son aplicables.

El factor K_t para el punto *a*, en el presente estudio, es prácticamente coincidente con el dado en el gráfico "Chart. 3.1" de la obra de Pilkey y Pilkey. Ello indica que la existencia de la perforación central no lo afecta sensiblemente, por lo menos con las relaciones dimensionales con las que se trabajó.

En cuanto al valor del factor K_t para el punto *b*, obtenidos en el presente estudio, resultan entre el 9 % y 15 % menores al ofrecido por la "Chart. 4.1" del Pilkey y Pilkey.

Este comportamiento ya fue observado en trabajos anteriores por este equipo de investigadores. La hipótesis a estudiar contempla la posibilidad que ello resulte del necesario equilibrio interno de tensiones, frente a la existencia de mayor cantidad de puntos localmente sobre tensionados. Cuando existe una discontinuidad geométrica aislada, se genera una zona de mayor tensión, cuya ubicación depende del tipo de discontinuidad y su orientación con el sentido de la carga aplicada; cuando existen más discontinuidades combinadas, se producen tensiones que interactúan entre sí de modo que se distribuyen de manera de mantener el equilibrio. [15]

REFERENCIAS

1. **AMÉ, Ricardo Mario y DASSO, Gabriel María.** "Concentración de tensiones producida por discontinuidades Geométricas combinadas. Una exploración del estado del arte". En *Actas del Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, I° CAIM-2008*, 2008, Bahía Blanca, Argentina. ISBN 978-987-655-010-9.
2. **DASSO, Gabriel María y AMÉ, Ricardo Mario.** "Nuevos aportes al análisis de las tensiones localizadas producidas por discontinuidades geométricas combinadas. Una aplicación del análisis de tensiones por elementos finitos". En *Actas del Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica I°CAIM-2008*, 2008, Bahía Blanca, Argentina. ISBN 978-987-655-010-9.
3. **DASSO, Gabriel María; AMÉ, Ricardo Mario y LEZAMA, Daniel Hernán.** "Determinación de las tensiones localizadas de Von Mises producidas por discontinuidades geométricas combinadas en estados complejos de tensión". En *Actas del Segundo Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, II° CAIM-2010*, 2010, San Juan, Argentina. ISBN 978-950-605-633-9.
4. **AMÉ, Ricardo Mario; DASSO, Gabriel María y LEZAMA, Daniel Hernán.** "Tensiones localizadas producidas por discontinuidades geométricas combinadas". En *Actas del X Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, 2011*, Porto, Portugal, pp. 3103-3106. ISBN 978-989-96276-2-8.
5. **AMÉ, Ricardo Mario; DASSO, Gabriel María y LEZAMA, Daniel Hernán.** "Tensiones localizadas

- producidas por discontinuidades geométricas combinadas". *Revista Cubana de Ingeniería*, La Habana: 2011, 2(2), 43-48. ISSN 2223-1781.
6. **SHIGLEY, Joseph E. y MITCHELL, Larry D.** *Diseño en Ingeniería Mecánica*, México: McGraw-Hill Inc., 1983. 915pp. ISBN 968-451-607-X
 7. **FAIRES, V. M.** *Diseño de Elementos de Máquinas*, España: Editorial Montaner y Simon S.A., 1970. 802pp. ISBN 84-274-0393-3.
 8. **DEUTSCHMAN, A. D.; MICHELS, W. J. y WILSON, C. F.** *Diseño de máquinas, Teoría y práctica*, México: Editorial CECSA, 1985, 973 pp. ISBN 968-26-0600-4.
 9. **PETERSON, R. E.** *Stress Concentration Design Factors*. Estados Unidos de Norteamérica: John Wiley & Sons Inc., 1974. 155 pp.
 10. **LIPSON, Charles and JUVINALL, Robert C.** *Handbook of Stress and Strength. Design and Material Applications*. Estados Unidos de Norteamérica, Editorial Macmillan Company, 1963. 447pp.
 11. **ZIMMERMAN, R. W.** "Stress Singularity Around two Nearby Holes". *Mechanics Research Communications* 15, 87-90, 1988.
 12. **PEÑARANDA CARRILLO M.; PEDROZA ROJAS J. B. y MÉNDEZ ORELLANA J.** "Determinación del factor teórico de concentración de esfuerzo de una placa infinita con doble agujero". En *Actas del 8º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*, Cusco, 23 al 25 de Octubre de 2007.
 13. **ROLDAN, Fernando y BASTIDAS, Uriel.** "Estudio experimental y por análisis de elementos finitos del factor de concentración de esfuerzo producido por un agujero en una placa plana". *Dyna. Universidad Nacional de Colombia*, 2002, vol. 69, núm. 137 pp. 1-8.
 14. **PILKEY, Walter D. and PILKEY, Deborah F.** *Peterson's Stress Concentration Factors*, Estados Unidos de Norteamérica: John Wiley & Sons, 2008.
 15. **MONROY, Héctor A. y GODOY, Luis A.** "Un sistema computacional para la simulación de interacción de defectos estructurales". En *Actas del Sexto Congreso Argentino de Mecánica Computacional, MECOM 99*. 1999. Mendoza, Argentina.
 16. **TING, K.; CHEN, K. T. and YANG, W. S.** "Applied Alternating Method to Analyze the Stress Concentration Around Interacting Multiple Circular Holes in an Infinite Domain". *International Journal of Solids and Structures*, 1999, vol. 36, Issue 4, pp. 533-556.

AUTORES

Ricardo Mario Amé

Ingeniero Mecánico, Doctor, Profesor Titular, Ordinario de Elementos de Máquinas, Coordinador del Ciclo de Especialización de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Lomas de Zamora, República Argentina

Daniel Hernán Lezama

Ingeniero Industrial, Ayudante en la Cátedra de Elementos de Máquinas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Lomas de Zamora, República Argentina

Management of the Combined Geometrical Discontinuities in Mechanical Design

Abstract

In previous works were studying the distribution of localized stresses in mechanical components with geometrical discontinuities combined into a single section or sections near. However, the maximum value of these stresses depends on the relative position of geometric shapes, so the study of adequate distribution of them favors the design optimization. The opportunity to have software tools has revealed the importance of mechanical design for minimization of localized stresses in machine parts with complex shapes combined. In the present work shows an application of this concept. The object of study is a flat piece, with change in width and core drilling, subjected to constant axial load. It works on different relative positions of the central hole, for the section where the plate widths changes, and determine the best position in the same localized minimum tensile stress. We compare the values of factor of theoretical stress concentration obtained those suggested by the literature. The work suggests the need to analyze alternatives and the possibility to check that the combination of geometric discontinuities, in the same section, not only generates higher stresses it is alleged, at times, a proper design to minimize localized stresses

Key words: stress concentration, finite element, mechanical design.