

Modelo numérico para estimar módulo efectivo del soporte de un pavimento rígido

Numerical model for to estimate effective module of rigid pavement support

Félix M. Hernández López¹, Eduardo Tejeda Piusseaut², Carlos A. Recarey Morfa³, José Camapum de Carvalho⁴

^{1,2}Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba

³Universidad Central Marta Abreu de Las Villas, Villa Clara, Cuba

⁴Universidade de Brasília, Brasil

Correo electrónico: michaelhl@civil.cujae.edu.cu

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento/No Comercial 4.0 Internacional](#)



Recibido: 12 de enero del 2017 Aprobado: 16 de marzo del 2017

Resumen

El presente artículo tiene como objetivo evaluar la influencia del comportamiento mecánico de los materiales componentes de la subrasante y subbase en un pavimento de hormigón, en el módulo medido sobre la superficie de la subbase (módulo efectivo), empleando para ello, un ensayo de placa simulado numéricamente. Se combinan indistintamente, características de los materiales en ambas capas y el espesor de la subbase. Primero se presenta un modelo numérico axial-simétrico calibrado numérica y físicamente, validado posteriormente con medidas realizadas en un tramo experimental. Se realiza además un análisis paramétrico de los factores que inciden en el incremento del módulo en la superficie, a través de un diseño experimental combinando calidades de subrasante, subbase y espesores de subbase. Finalmente, con los resultados del experimento, se obtiene un modelo matemático que relaciona estas variables con el módulo en la superficie y un nomograma que facilita el trabajo en la práctica ingenieril.

Palabras claves: simulación numérica, módulo efectivo, pavimento rígido, subbase

Abstract

This article, aims to evaluate the influence of mechanical behavior of subbase and subgrade materials component in a concrete pavement, with the average surface modulus (effective modulus of soil reaction), employing a numeric simulation of plate load test. Several materials characteristics and thickness of subbase in both layers has been combined. First, an axial-symmetric numerical model is mathematic and fiscally calibrated, at a later time is validated with experimental measurements performed in an experimental road section. After, a parametric analysis of the factors affecting the improvement surface modulus is carried out from an experimental design that combines qualities of subbase, subgrade module and subbase thickness. Finally, with the results of the experiment a mathematical model that relates these variables to the module on the surface and a nomograph to facilitate the work in the engineering practice are obtained.

Key words: lateritic deposits, cluster euclidian analysis

INTRODUCCIÓN

En los proyectos del pavimento, tanto flexibles como rígidos, se encuentra en la cimentación un sistema de varias capas, compuestas por suelos u otros materiales, aglomerados o no, con diferentes características y resistencias, por consiguiente, la capacidad portante de la cimentación depende del aporte de cada material, de acuerdo con sus espesores y rigideces. El procedimiento de diseño de la guía de diseño AASTHO [1] considera la disposición de capas estructurales debajo de la losa de hormigón (como se ilustra en la figura 1), que incluyen suelos naturales y mejorados, mediante compactación o estabilizados químicamente.

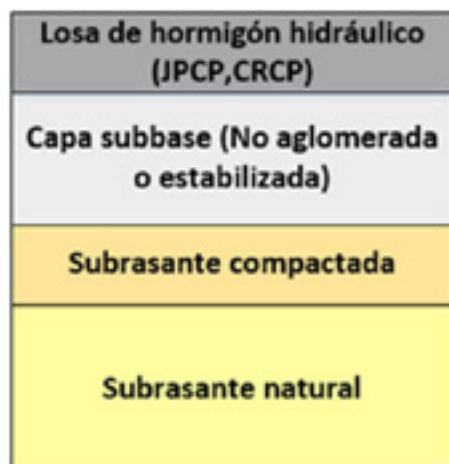


Fig. 1. Sistemas de capas. Modelo de estructuras posibles de pavimento rígido

Como se muestra en la figura, en los pavimentos rígidos la losa de hormigón puede estar apoyada sobre el suelo natural o sobre una capa de material seleccionado encima de la subrasante, la que pudiera denominarse base, sin embargo, por la función principal que desempeña y las características de rigidez de la losa, por lo cual no se requieren elevadas calidades en los materiales utilizados, se emplea por diversos autores y normativas, el término de subbase. Según Jung, Zollinger *et al.* [2], la función principal de la subbase es prevenir el bombeo de finos, que se produce cuando se combinan suelos con exceso de finos, agua, y elevada intensidad de tráfico pesado. Tales factores están presentes en pavimentos con tráfico pesado y donde son desfavorables las condiciones de humedad, cuando se descuida la selección de materiales, produciendo la expulsión de finos de subrasante, fenómeno conocido como bombeo. Normalmente el bombeo no se presenta en vías de tránsito liviano o calles residenciales, por eso en estos casos no es económicamente justificable el uso de la subbase y los resultados deseados se pueden obtener con la apropiada, y menos costosa, preparación de la subrasante.

El uso de la capa de subbase no se justifica con fines estructurales, de ahí que sus espesores se encuentran entre 10 y 30 cm, según la AASHTO [3] y la PCA [1]. Las calidades pueden variar en función de la solución adoptada; desde subbases granulares no aglomeradas hasta las aglomeradas con cemento hidráulico o un material asfáltico. Aunque este no sea su objetivo principal, al colocar una subbase sobre la subrasante se modifica la capacidad portante inicial del suelo, lo que debe tenerse en cuenta en el diseño, ya que puede influir en la reducción del espesor de la capa de rodadura (losa).

El aporte de los materiales de soporte empleados en los pavimentos puede tenerse en cuenta a través de diferentes criterios, que pueden ser complejos debido a las condiciones de no linealidad, anisotropía y naturaleza heterogénea del suelo. Consecuentemente, durante los últimos cincuenta años diversos investigadores como [4-6] han adoptado hipótesis en las que se trata de simplificar el análisis a través de soluciones que resultan prácticas desde el punto de vista ingenieril.

Existen múltiples soluciones para representar en los modelos el suelo como cimiento debajo del pavimento, pero son dos las más difundidas. En una se representa el cimiento como un medio discreto, a partir de considerar muelles con una determinada rigidez, dependiente de las características del material, de donde surge el parámetro conocido como módulo de reacción de la subrasante (k). Según Winkler [4], dicho módulo se determina a partir de la relación lineal que existe entre la carga, aplicada sobre una placa y la deflexión máxima que esta origina sobre el apoyo. La segunda solución considera el suelo idealizado como un medio continuo, representado como un semiespacio infinito, definido por Boussineq [7]; y posteriormente extendido a un sistema multicapas, por Burmister [6]. El modelo se caracteriza mecánicamente a través de dos parámetros: el módulo de elasticidad (E) y el coeficiente de Poisson (μ).

Estos modelos presentan ciertas limitaciones en la representación del comportamiento real del suelo, sin embargo, han sido ampliamente utilizados en el diseño de pavimentos debido a la fácil obtención de los parámetros y aplicación práctica; por otra parte, las variables de respuesta que se obtienen dan como resultado un menor aprovechamiento de la capacidad portante del suelo, lo que sin dudas coloca a los proyectistas del lado de la seguridad.

MATERIALES Y MÉTODOS

En los últimos años, en Cuba se desarrollan ciertas investigaciones con el objetivo de elaborar una metodología para el diseño de pavimentos de hormigón, considerando las condiciones ambientales, de tráfico y de materiales del país, tomando como referencia el método de la Asociación de Cemento Portland (PCA por sus siglas en inglés) [3]. Este método caracteriza el cimiento del pavimento como un medio discreto de Winkler y brinda soluciones para considerar el aporte de la subbase cuando forma parte del cimiento. En la investigación, empleando la simulación numérica, se sustituyen los muelles por un semiespacio infinito, caracterizado por el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. Se estima el módulo efectivo del sistema en cualquier condición de diseño, idealizando así al sistema como un macizo de Boussinesq [7], partiendo de simular el ensayo de placa sobre el macizo de suelos. Se llega a un modelo matemático que relaciona las variables: espesor de la subbase, módulo de subbase y de subrasante, con el módulo en superficie.

MODELACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA

El modelo numérico se construyó de acuerdo con la teoría de capas elásticas de Burmister [6], siguiendo los criterios del “modelo bicapa para placa rígida” y las recomendaciones de la norma de ensayo estático con placa [8]. El dominio se representa como un semiespacio axialsimétrico de dos capas; la superior correspondiente a una subbase de 20 cm de espesor sobre la inferior de espesor infinito. Las dimensiones del dominio se establecieron teniendo en cuenta que la placa cargada no genere desplazamientos horizontales próxima al contorno del continuo y tensiones verticales en el fondo, con el fin de evitar variaciones en el comportamiento del modelo por efecto de confinamiento.

El modelo de materiales fue concebido siguiendo un modelo constitutivo lineal elástico, teniendo como parámetros el módulo de elasticidad (relacionado con el módulo resiliente en los modelos de respuesta para pavimentos) y el coeficiente de Poisson (ν), ambas variables estimadas a partir de la clasificación de los suelos de subrasante y subbase, de trabajos realizados por [9]. Los valores se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Propiedades elásticas de los suelos estimadas para los suelos de los experimentos numéricos

Estación	Clasificación del suelo según AASHTO	Capa	Módulo de Elasticidad (MPa)		Coeficiente de Poisson (ν)	
			Intervalo	Valor medio	Intervalo	Valor medio
129+10,0	A-2-4	Base	193-259	226	0,3-0,4	0,35
	A-7-6	subrasante	34-93	63	0,3-0,5	0,4

La solución numérica se realizó empleando el software comercial multipropósito ABAQUS/CAE basado en el MEF. La geometría del dominio fue discretizada con elementos isoparamétricos de 4 nodos, con una formulación axial simétrica propuesta en ABAQUS [10], de manera que la mayor densidad de malla se encuentre en las zonas de interés y siguiendo recomendaciones de Zienkiewicz y Taylor [11], referidas al proceso de mallado. La figura 2 muestra detalles del proceso de simulación

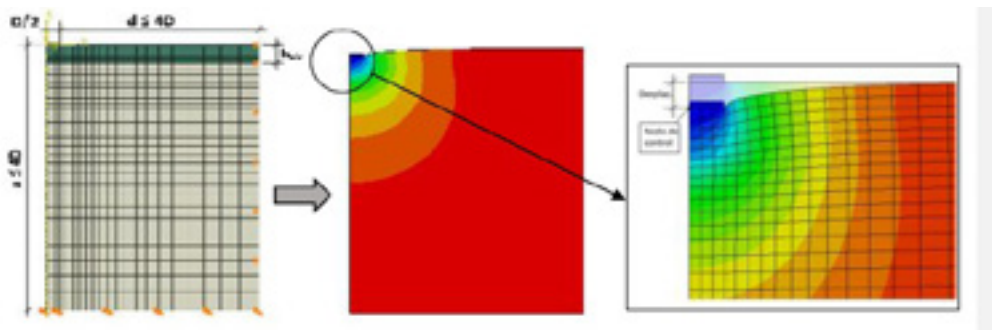


Fig. 2. Esquema análogo para la simulación numérica del ensayo y el nodo de control (D: diámetro de la placa y h_{sb} de subbase)

CALIBRACIÓN MATEMÁTICA

Cuando se modela un problema por elementos finitos es de suma importancia analizar la convergencia y estabilidad de su solución, por eso en la calibración matemática se trata de encontrar la solución más próxima al patrón de referencia, variando la densidad de malla, tipo de elemento finito, polinomio interpolador o esquema de integración del modelo numérico.

En la investigación, a partir de estudios realizados con anterioridad, se varía en los modelos solo la densidad de malla sin modificar el tipo de elemento o esquema de integración. Se probaron 10 densidades en la zona de interés, partiendo de una malla grosera (100 mm) hasta una muy densa (10 mm); en cada caso se obtuvo la variable de respuesta (desplazamiento en el nodo de control). Estos valores se contrastaron con la solución analítica aplicando un sistema bicapa con placa rígida, ilustrado en el libro de Huang [12]. En la calibración realizada, para seguir acorde con la solución analítica, se cambió el coeficiente de Poisson de ambas capas por $\nu = 0,5$. Los resultados se muestran en la figura 3.

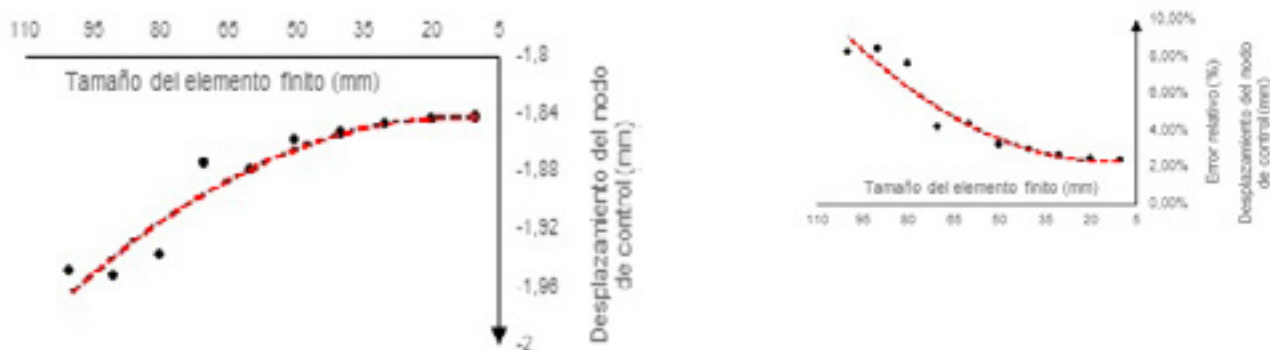


Fig. 3. a) Variación de la densidad de malla con la variable respuesta; b) Error relativo respecto a la solución analítica

En la figura 3 a) se comprueba que a medida que la malla se hace más pequeña o aumenta la densidad de malla, el valor de la variable respuesta y el error respecto a la solución analítica, van disminuyendo, de manera que en los 30 mm se torna asintótico, lo que significa que a partir de ahí no se obtendrán mejoras en la convergencia numérica del modelo, sin embargo, continuaría aumentando el costo de computo. En el caso de la figura 3 b), el error de manera general en todas las simulaciones fluctúa entre 8 y 2 %, lo que demuestra que el modelo, desde el punto de vista físico, no está lejos de la realidad y de la misma forma los valores no experimentan cambios.

Después del análisis de los resultados se decide adoptar 40 mm como resolución de malla, ya que este ofrece un error pequeño respecto a la malla de mayor densidad, lo que representa una buena aproximación con el mínimo de costo computacional.

CALIBRACIÓN FÍSICA Y VALIDACIÓN DEL MODELO

Cuando se modelan problemas de ingeniería relacionados con la mecánica del sólido, se emplean usualmente propiedades específicas de los materiales para el desarrollo de determinado modelo constitutivo, que son generalmente el producto de múltiples ensayos procedentes de diversas experiencias con suelos, donde se utilizan como resultado los valores medios.

El uso de estos valores medios para la modelación computacional para validar la solución experimental trae ciertos errores, debido a que las propiedades constitutivas del experimento, en realidad no necesariamente coinciden con estos valores medios. Para ello se desarrolla un proceso de calibración física, consistente en la variación de las propiedades constitutivas del modelo numérico hasta obtener una respuesta similar al del experimento, siempre siguiendo la aleatoriedad que persiguen dichas propiedades. Ver figura 4.

Se realiza en la investigación un análisis inverso donde, a partir de una superficie de respuesta, obtenida de un experimento factorial, utilizando valores medios y dispersión de los módulos de capas (tabla 1), se obtienen las propiedades constitutivas de las capas, contrastando con la respuesta experimental. Se utiliza el asistente matemático MATLAB [13] para la interpolación de la superficie y la obtención de los módulos reales.

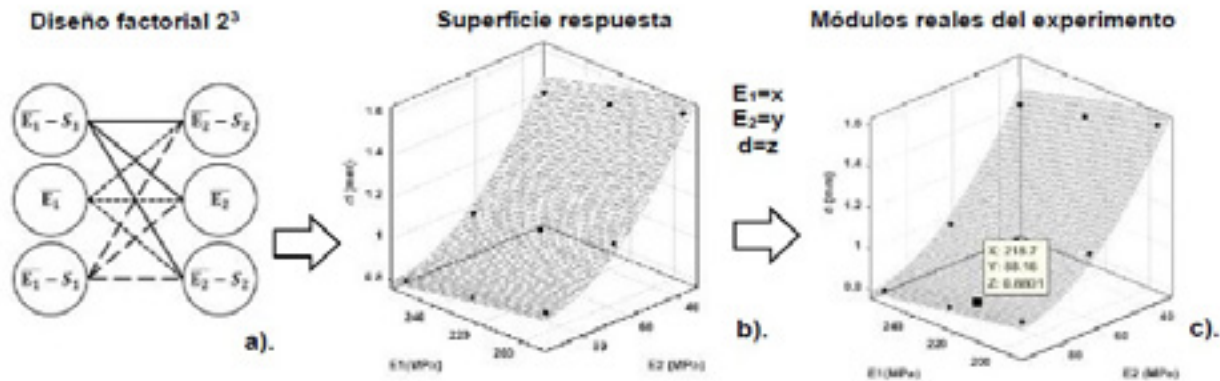


Fig. 4. Calibración física del ensayo de placa: a) Diseño factorial; b) Superficie respuesta y c) Valores aproximado de los módulos de las capas a partir de la respuesta experimental

A través de la figura 5, se pueden validar los resultados, comparando el modelo numérico sin calibrar (valores medios de los módulos de las capas), el modelo con valores obtenidos de la superficie de respuesta (figura 4c) y el ensayo experimental.

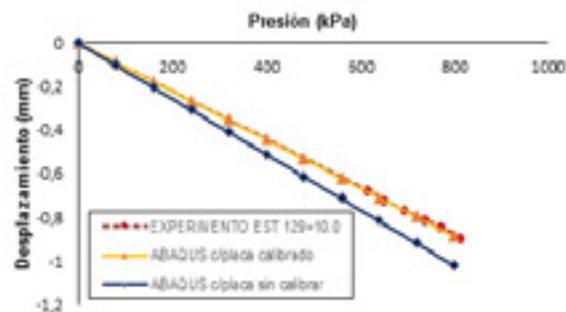


Fig. 5 Comparación de los resultados del modelo numérico sin calibrar y el calibrado con el experimento

Como se muestra, entre los desplazamientos calculados a través del modelo numérico y los resultados de la prueba de placa calibrado físicamente y sin calibrar, los valores obtenidos son semejantes al del experimento, lo que permite asegurar una buena aproximación en la modelación numérica del ensayo.

OBTENCIÓN DEL MÓDULO EFECTIVO DEL SOPORTE

Cuando se realiza la modelación del ensayo se puede utilizar como variable respuesta el desplazamiento en el centro de la placa de 75 mm de diámetro, aplicando una carga de 0,7 MPa, de acuerdo con la norma de ensayo con placa de carga [8]. En la obtención del módulo efectivo del medio soportante, se emplea el principio de retroanálisis, donde a partir de las respuestas se pueden estimar parámetros físicos constitutivos del sistema. La expresión empleada para calcular el módulo de superficie se deriva de la ecuación para determinar el desplazamiento máximo debajo de una placa rígida sobre un semiespacio infinito axial-simétrico, que aparece en el libro de Mallick [14].

$$E_s = \frac{\Pi(1-\nu^2)qa}{2w_0} \quad (\text{MPa}) \quad (1)$$

donde:

E_s : Módulo de elasticidad del sistema (MPa).

q : Presión ejercida sobre la placa de carga (MPa).

a : Diámetro de la placa (mm).

w_0 : desplazamiento en el centro de la placa cuando se aplica una presión q (mm).

Para abordar todas las posibles soluciones de cimiento en el pavimento se realiza un estudio multifactorial general que combina indistintamente calidades de subrasante con espesores y calidades de subbase, tomando como elemento para la estimación de los módulos y los coeficientes de Poisson lo esbozado por la AASHTO y que puede ser consultado en el libro de Papagiannakis [9]. La calidad del suelo de subrasante se varió desde 20 hasta 160 MPa (para CBR entre 2 y 16 %). En la subbase, teniendo en cuenta que es un pavimento rígido, se emplearon calidades entre 160 y 500 MPa (para CBR entre 16-50%). Las calidades se combinaron con espesores de subbase de 15, 20, 25 y 30 cm, resultando un total de 320 simulaciones numéricas.

Con los resultados de la simulación se construyó un modelo matemático que permite estimar el módulo de soporte efectivo a partir de conocer las calidades de las capas subyacentes por medio de un modelo de regresión múltiple. La variable dependiente es el módulo de superficie y las independientes son los módulos de la subrasante (E_{sr}), módulo de la subbase (E_{sb}) y espesor de subbase (h_{sb}). El modelo se muestra a continuación.

$$E_s = -34,248\ 3 + 1,244\ 72 \cdot E_{sr} + 0,121\ 038 \cdot E_{sb} + 0,122\ 114 \cdot h_{sb} \quad (2)$$

El nivel de ajuste que ofrece el modelo se evalúa a partir del coeficiente de determinación R-cuadrado, con un valor de 98,23 %. Se realizó un test de significancia para determinar si es posible prescindir de alguno de los parámetros de la ecuación, comprobado su error (p-valor). En todos los parámetros se obtuvo un valor inferior a 0,05, indicando que todos son estadísticamente significativos, para una probabilidad del 95%. Se establece un intervalo de error en la estimación de los parámetros, representado por el intervalo de confianza y errores estándar (tabla 2).

Tabla 2. Parámetros estimados e intervalos de confianza

Parámetro	Estimación	Error Estándar	Límite Inferior	Límite Superior
Constante	-34,248 3	2,137 93	-38,454 7	-30,041 9
E_{sr}	1,244 72	0,009 609 3	1,225 81	1,263 63
E_{sb}	0,121 038	0,004 804 65	0,111 584	0,130 491
h_{sb}	0,122 114	0,006 227 54	0,109 861	0,134 367

En la práctica, para el dimensionamiento de pavimentos de hormigón, en métodos como AASTHO o la PCA [1, 3, 15] es común auxiliarse de ábacos o nomogramas de diseño. Este modo de representación, donde se representan gráficamente relaciones matemáticas o leyes físicas, también denominada por Doerfler [16], como cartas de diseño, es una herramienta surgida en los años 70, que desde el punto de vista práctico constituye una herramienta de gran utilidad, sobre todo cuando no se dispone de programas informáticos o para su inclusión en las normas de diseño.

Con los resultados de este trabajo, con el modelo matemático obtenido, se construyó el nomograma de la figura 6, empleando un script en Python conocido como PyNomo [17], que incluye un ejemplo de su utilización.

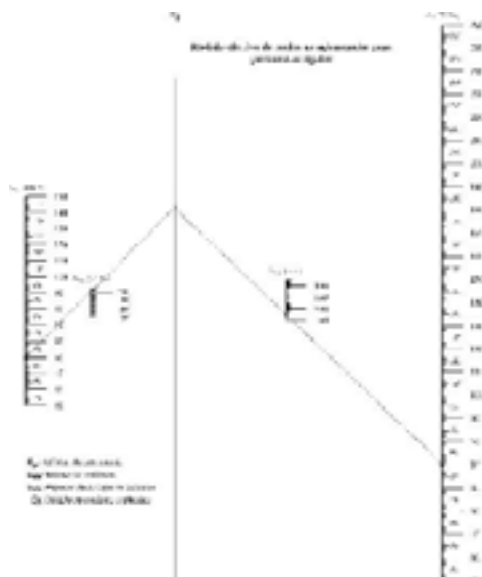


Fig. 6 Nomograma para la estimación del módulo de superficie E_s

CONCLUSIONES

El método numérico como solución en el proceso de modelación mediante elementos finitos, es una herramienta potente que permite analizar diferentes condiciones de trabajo de un sistema multicapas. Pero la confiabilidad de estos procedimientos radica en la selección u obtención de modelos en correspondencia con el fenómeno. En este sentido, la calibración matemática y física del modelo constituyen una herramienta indispensable para brindar la mejor aproximación al análisis.

En Cuba, debido a las condiciones económicas muchas veces no se cuenta con equipamiento informático, por eso, la construcción de nomogramas sería de gran utilidad en la proyección de pavimentos y otras obras civiles.

El principal resultado de este trabajo es ofrecer una alternativa desde el punto de vista práctico para determinar la calidad del medio soportante teniendo en cuenta la presencia de una subbase granular elemento que en las normas actuales aparece de manera explícita y subjetiva.

REFERENCIAS

1. AASHTO. Guide for Mechanistic-Empirical Design En: Rigid Pavement Structures National Cooperative Highway Research Program (NCHRP) & Transportation Research Board (TRB). Illinois, EUA. 2004.
2. Jung YS, Zollinger DG, Won M, et al. Subbase and subgrade performance investigation for concrete pavement EUA: Texas Transportation Institute and The Texas A&M University System; 2009.
3. PCA. Thickness Design for Concrete Highway and Street Pavements En: Thickness Concrete Pavement Design Portland Cement Association. 1984.
4. Winkler E. Die Lehre Von Elasticität Und Festigkeit 1st Ed. H. Dominicus, Prague.
5. Hogg AHA. Equilibrium of a Thin Plate, Symmetrically Loaded, Resting on an Elastic Foundation of Infinite Depth. Philosophical Magazine. 1938;25(168):576-82.
6. Burmister DM. The general theory of stresses and displacements in layered soil systems. III Journal of applied Physics. 1945;16(5):296-302.
7. J. Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastique. Paris, Francia: Gauthier-Villars; 1985.
8. DNIT/055. Prova de carga estática para determinação do coeficiente de recalque de subleito e sub-base em projecto e avaliação de pavimentos. En: Método de ensaio Rio de Janeiro, Brasil: Ministerio dos Transportes; 2004.
9. Papagiannakis A, Masad E. Characterization of Pavement Subgrades and bases. En: Pavement Design and Materials Texas, San Antonio, USA: John Wiley & Sons, Inc; 2008.
10. ABAQUS. Axisymmetric Elements. En: ABAQUS Theory Manual Version 6.13. Paris, Francia: D. Systemes; 2013.
11. Zienkiewicz O, Taylor R. Error de discretización e índice de convergencia. En: El Método de los Elementos Finitos Formulación Básica y Problemas Lineales. Madrid, España, 2000.
12. Huang YH. Pavement analysis and design Pearson Prentice Hall, University of Kentucky. En: Vertical surface deflections for two-layer systems. 2004.
13. MATLAB. Surface Fitting Toolbox The MathWorks Inc. EE.UU. 2014.
14. Mallick RB, El Korchi T. Pavement Engineering. Principles and Practice Taylor & Francis Group. En: BOUSSINESQ'S METHOD. Boca Raton, FL, USA; 2013.
15. AASHTO. Guide for Design of Pavement Structures American Associations of State of Highway and Transportation Official. Washington D.C. AASHTO; 1993.
16. Doerfler R. The Lost Art of Nomography, Naperville. Illinois, USA; 2010.
17. MATLAB. Surface Fitting Toolbox The MathWorks Inc. EE.UU. 2014.