

Evaluación y análisis del esfuerzo de contacto nominal en engranajes cilíndricos según Norma AGMA

Christopher Edgar Falcón Anaya

Correo electrónico: christopher.falcon@itesm.mx

Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Aguascalientes, México

Artículo Original

Gonzalo González Rey

Correo electrónico: cidim@mecanica.cujae.edu.cu

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba

Resumen

Se presenta un procedimiento, fórmulas y relaciones necesarias que permiten estimar la magnitud del esfuerzo de contacto entre los flancos conjugados de dientes rectos para engranajes cilíndricos con ruedas de acero de ejes paralelos y contacto exterior. La base de las fórmulas y relaciones utilizadas en el modelo matemático que describe la solución del problema es la norma AGMA 2101-D04 dirigida al cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos. Resultados obtenidos permiten precisar que la resistencia a la picadura de los dientes en casos de engranajes con distancia entre ejes establecida es menor para ruedas con módulos mayores debido a que disminuye el factor geométrico de resistencia a la picadura. En general, engranajes con coeficientes de corrección positivos favorecen el aumento del radio de curvatura de los flancos de los dientes. En los casos analizados, fueron obtenidos reducciones del esfuerzo de contacto del orden del 60 % con variaciones del coeficiente de corrección en el piñón entre $x_1 = -1$ y $x_1 = 1$.

Palabras claves: engranaje cilíndrico, Norma AGMA 2101, esfuerzo de contacto, procedimiento de cálculo

Recibido: 29 de abril del 2014 Aprobado: 25 de agosto del 2014

INTRODUCCIÓN

La picadura de los flancos activos de los dientes de las ruedas es una de las causas principales que inutiliza las transmisiones por engranajes que trabajan en abundancia de lubricante y por consiguiente las principales normas para evaluar la capacidad de carga [1,2,3] y diseñar engranajes [4,5] consideran en primera instancia, la necesaria resistencia al deterioro por picadura de los dientes en las ruedas de las transmisiones por engranajes.

Es conocido, que el deterioro por picadura es típico de ruedas dentadas de engranajes en baño de aceite y puede ocurrir por el contacto intermitente de los flancos activos de los dientes durante el engrane. La picadura a largo plazo puede causar grietas de fatiga superficial que generan el

desprendimiento de fragmentos de material en los flancos activo de los dientes que alteran el perfil del diente y en dependencia de la velocidad de trabajo aumentan las cargas dinámicas en el contacto entre dientes. En la etapa final, el proceso de picadura superficial se intensifica provocando un deterioro progresivo y un debilitamiento del diente que puede ser la causa raíz de una evidencia de fractura en el diente.

En la actualidad, el procedimiento aceptado para evaluar la resistencia a la picadura de los dientes en los engranajes cilíndricos toma como referencia el modelo formado por dos cilindros en contacto oprimidos con una fuerza igual a la fuerza normal (F_N) entre los dientes conjugados. En la figura 1 se muestra el modelo que permite desarrollar las ecuaciones de Hertz para evaluar los esfuerzos de contacto,

considerando que los cilindros tienen radios (ρ_1 y ρ_2) iguales al de los flancos activos de los dientes cuando realizan contacto en la posición definida para evaluar los esfuerzos de contacto. Por otra parte, la longitud de los cilindros (l_Σ) se considera igual a la suma de los segmentos de contacto mutuo entre los dientes conjugados. La comprobación de la resistencia a la picadura de las superficies activas de los dientes se basa en comparar el máximo esfuerzo de contacto nominal, según la ecuación de presión de contacto de Hertz [6], con el esfuerzo admisible para que no ocurra el deterioro por picadura.

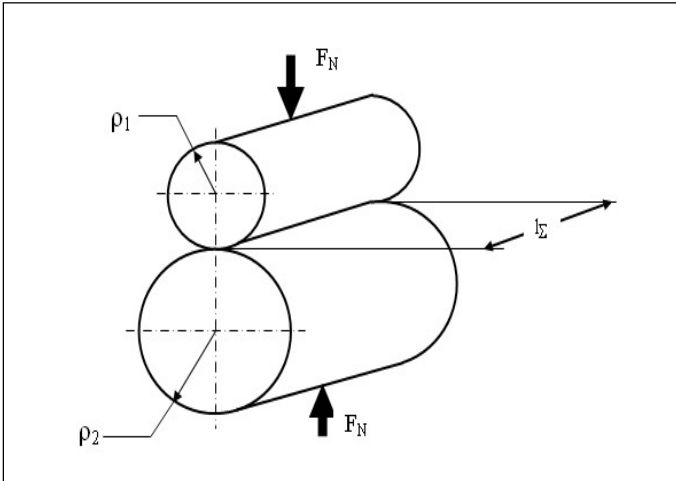


Fig. 1. Modelo de referencia para el cálculo de los esfuerzos de contacto en los flancos de los dientes de engranajes cilíndricos

La ecuación (1) es la fórmula de Hertz para determinar los esfuerzos de contacto, en dos cilindros con radios ρ_1 y ρ_2 y longitudes l_Σ , estableciendo un contacto exterior.

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_1 \cdot E_2}{\pi \cdot [E_1 \cdot (1 - \nu_2^2) + E_2 \cdot (1 - \nu_1^2)]} \cdot \frac{F_n}{l_\Sigma \cdot \rho_{red}}} \quad (\text{MPa}) \quad (1)$$

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (\text{mm}) \quad (2)$$

donde:

E_1 y E_2 : Módulo de elasticidad de los materiales de los dientes del piñón y de la rueda (MPa).

ν_1 y ν_2 : Coeficiente de deformación transversal (Poisson) del material de los dientes del piñón y de los dientes de la rueda.

F_n : Fuerza normal en el flanco de los dientes (N).

l_Σ : Longitud de contacto de los cilindros (mm).

ρ_{red} : Radio de curvatura reducido de los cilindros (mm)

Aunque la forma y el contacto de los dientes no corresponden exactamente con los cilindros del modelo geométrico utilizado para evaluar los esfuerzos de contacto reales máximos en el engranaje, es enmendada la falta de

concordancia entre las premisas teóricas de la fórmula de Hertz con las condiciones reales de carga en los dientes empleando factores experimentales y teóricos que precisan el valor de carga nominal de cálculo, la longitud efectiva del contacto entre dientes y los radios de curvatura de los perfiles activo de los dientes del piñón y la rueda en el engranaje.

La figura 2 muestra los puntos significativos del contacto entre dientes sobre la línea de engranaje. Los puntos A y F identifican el inicio y fin de la línea práctica de engranaje y representan los extremos del segmento donde ocurre el contacto de los dientes engranados de las ruedas conjugadas. Los puntos A y F son delimitados en la línea de engranaje con la intersección de las circunferencias de cresta del piñón (con radio r_{a1}) y de la rueda (con radio r_{a2}). El polo identifica el punto donde hacen tangencia las circunferencias primitivas que simulan el movimiento de las ruedas dentadas cilíndricas engranadas y además está contenido en la recta que pasa por los centros de rotación de las ruedas. Los puntos LPSTC (acrónimo del inglés: *Lowest Point of Single Tooth Contact*), y HPSTC (*Highest Point of Single Tooth Contact*), identifican los extremos del segmento de la línea de engranaje donde ocurre el contacto de un solo par de dientes de las ruedas conjugadas.

Con base en la anterior fórmula de Hertz son obtenidas las ecuaciones (3 y 4) para el cálculo de los esfuerzos máximos de contacto en los flancos de los dientes según ISO 6336-2 y AGMA 2101 respectivamente. La novedad en la Norma AGMA 2101-D04 es que por primera vez son presentadas en sistema métrico las relaciones de cálculo que anteriormente estaban referidas con base en el paso (*pitch*) y nomenclatura anglosajona.

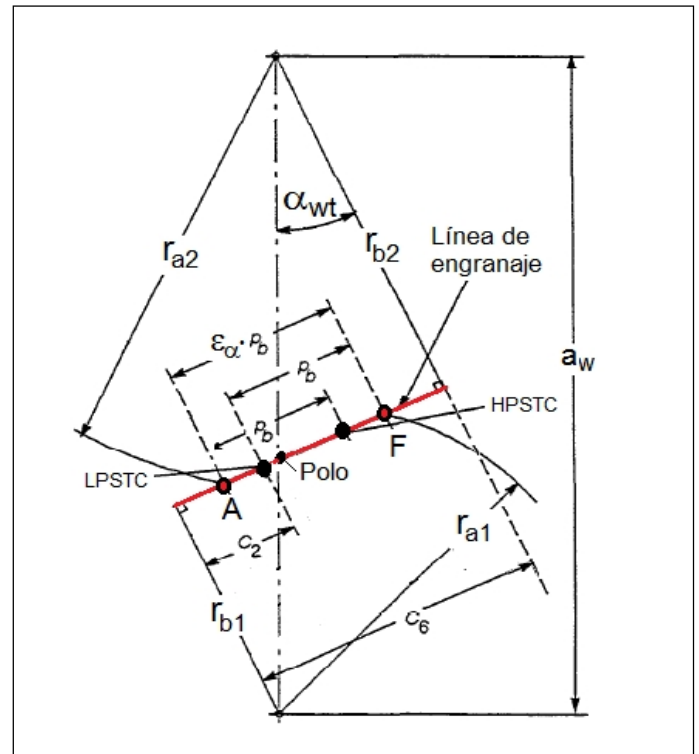


Fig. 2. Vista en el plano transversal de la línea de acción de un engranaje cilíndrico

Según ISO:

$$\sigma_H = Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\epsilon \cdot Z_\beta \cdot Z_{M-B} \cdot \sqrt{\frac{F_t \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha} \cdot (u+1)}{d_1 \cdot b \cdot u}} \quad (\text{MPa}) \quad (3)$$

Según AGMA:

$$\sigma_H = Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_t \cdot K_O \cdot K_V \cdot K_H \cdot K_S \cdot Z_R}{d_{w1} \cdot b \cdot Z_I}} \quad (\text{MPa}) \quad (4)$$

donde:

- σ_H : Esfuerzo máximo de contacto nominal (MPa).
- Z_H : Factor de zona.
- Z_E : Factor de elasticidad (MPa^{1/2}).
- Z_ϵ : Factor por coeficiente de recubrimiento.
- Z_β : Factor por ángulo de la hélice.
- Z_{M-B} : Factor por contacto fuera del polo.
- K_A y K_O : Factores por aplicación de la carga (ISO y AGMA).
- K_V : Factor por carga dinámica.
- $K_{H\beta}$ y K_H : Factores por concentración de carga en el flanco del diente (ISO y AGMA).
- $K_{H\alpha}$: Factor por distribución transversa de la carga entre dientes.
- K_S : Factor por tamaño.
- Z_R : Factor por rugosidad.
- Z_I : Factor geométrico de resistencia a la picadura.
- F_t : Fuerza tangencial nominal (N).
- d_1 : Diámetro de referencia del piñón (mm).
- d_{w1} : Diámetro primitivo del piñón (mm).
- b : Ancho de engrane (mm).
- u : Razón de engrane.

En sentido general, las relaciones para el cálculo de los esfuerzos de contacto en engranajes cilíndricos según las Normas AGMA e ISO [2,3] pueden diferir en el punto sobre la línea de engranaje considerado crítico para determinar los radios de curvaturas de los flancos activos de los dientes (coincidentes con los radios de los cilindros del modelo de Hertz). La norma AGMA, en el caso de engranajes cilíndricos con dientes rectos, determina la zona crítica en el punto donde inicia la transmisión de carga un solo par de dientes (LPSTC), para otros engranajes cilíndricos el punto crítico es ubicado entre la mitad de la línea de engranaje y el punto donde comienza el contacto un solo par de dientes (LPSTC) sobre la línea de engranaje. La norma ISO, en dependencia de la magnitud del radio de curvatura reducido en el contacto de los dientes, define la zona crítica en el polo o en el punto donde inicia el engranaje un solo par de dientes (LPSTC). En la norma ISO 6336-2 [3] este punto se precisa con los llamados factores de zona Z_H y Z_{M-B} , en cambio las normas AGMA 2101 [2] y AGMA 908 [7] consideran este aspecto con el factor geométrico de resistencia a la picadura Z_I (conocido como factor geométrico por picadura I).

Otra sutil diferencia entre las normas ISO y AGMA en el modelo de los cilindros en contacto de Hertz corresponde a la valoración que hacen de la longitud de los cilindros en contacto para considerar la rigidez de los pares de dientes

engranados. En la norma ISO 6336-2 [3] la longitud total del contacto (I_Σ) es considerada en dependencia de los coeficientes de recubrimiento transversal y axial ($\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta$) el ancho de engranaje (b), la inclinación de la hélice del diente (β) y un factor empírico por distribución de carga transversal entre dientes ($K_{H\alpha}$) que ajusta el factor teórico por coeficiente de recubrimiento para esfuerzos de contacto (Z_ϵ) y modificar la longitud efectiva de contacto. Por su parte, las normas AGMA 2101 [2] y AGMA 908 [7] haciendo uso del factor geométrico de resistencia a la picadura Z_I , consideran la longitud total del contacto también dependiente de los mismos factores geométricos que la norma ISO 6336-2.

En el caso de engranajes cilíndricos de dientes rectos, las relaciones de la norma AGMA 908 para evaluar la longitud total de contacto (I_Σ) son simples y asumen que solo un par de dientes transmite la carga, en consecuencia con el supuesto de analizar el engrane de los flancos activos de los dientes en el punto de inicio del contacto monopar (LPSTC). Por su parte, las relaciones en la norma ISO 6336-2, para el caso de engranajes cilíndricos de dientes rectos con un factor empírico por distribución de carga transversal entre dientes $K_{H\alpha} > 1 / (\epsilon_\alpha \cdot Z_\epsilon^2)$ coinciden con las relaciones de AGMA, estableciendo la transmisión de carga por un solo par de dientes y consecuentemente un valor de longitud total de contacto $I_\Sigma \approx b$. Por consiguiente, las relaciones de las normas AGMA 908 e ISO 6336 convergen en sus soluciones para engranajes cilíndricos con dientes rectos [8] al establecer la longitud total de contacto en correspondencia con un par de dientes en contacto y realizar el análisis de los esfuerzos de contacto entre los puntos LPST y HPST en la línea de engranaje según se muestra en la figura 3.

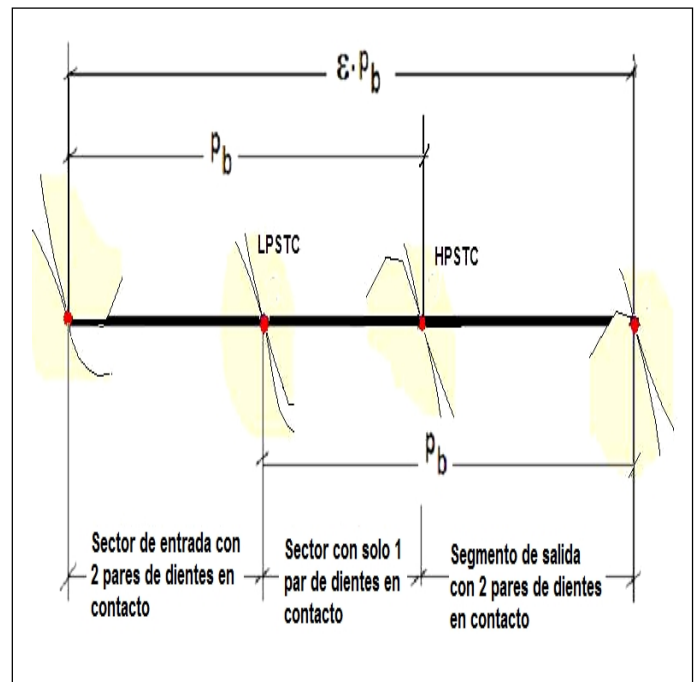


Fig. 3. Diferentes sectores del engranaje con 1 y 2 pares de dientes en contacto sobre la línea de engranaje ($1 \leq \epsilon_\alpha \leq 2$)

Otros aspectos no concurrentes entre las normas AGMA e ISO para el cálculo de los esfuerzos de contacto corresponden con los factores modificadores de la carga de nominal de cálculo. Según estudios anteriores [9], las mayores discrepancias pueden ser observadas en el factor por carga dinámica K_v y el factor por distribución de la carga en el flanco del diente K_H .

Un análisis general de los resultados publicados hasta la fecha de las normas ISO y AGMA para evaluar los esfuerzos máximos de contacto en los engranajes cilíndricos de dientes rectos, permite afirmar que los métodos de cálculo presentados coinciden en el empleo del modelo básico de los cilindros de Hertz y mayormente en los aspectos relativos a la longitud total de la línea de contacto pero difieren de forma importante en algunos de los factores empíricos modificadores de la carga nominal de cálculo.

En el año 2010, fue reafirmada y aprobada una nueva edición de la norma ANSI-AGMA 2101-D04 [2] que en el 2004 reformuló las relaciones para evaluar el esfuerzo de contacto haciendo uso del sistema métrico e incorporó modificaciones en el factor de distribución de carga en el flanco de los dientes K_H y el factor por carga dinámica K_v . Este estado del conocimiento, reflejado en la edición y reafirmación de nuevas normas, ha permitido sentar las bases para el desarrollo de un procedimiento de cálculo del esfuerzo nominal de contacto en los dientes de los engranajes cilíndricos con base en AGMA 2101-D04.

El objetivo principal del presente artículo es mostrar el desarrollo de un procedimiento para estimar el referido esfuerzo de contacto nominal en engranajes cilíndricos con dientes rectos y contacto exterior considerando las condiciones de operación, diseño y fabricación que permitan hacer de este engranaje una transmisión más resistente a la picadura de los flancos activos de los dientes.

MÉTODO Y MATERIALES

El procedimiento de cálculo del esfuerzo de contacto en engranajes cilíndricos con dientes rectos y contacto exterior fue establecido mediante un modelo matemático que consideró una interrelación del esfuerzo de contacto en los flancos activos de los dientes con la geometría de las ruedas, las condiciones de operación del engranaje y aspectos relevantes de la fabricación vinculantes con el diseño de la transmisión.

El modelo matemático, basado en formulaciones de ANSI-AGMA 2101-D04 [2], sirvió de partida para establecer la solución al problema de determinar el esfuerzo de contacto en el engranaje cilíndrico con empleo de técnica de grafos. En particular, los grafos de los modelos matemáticos empleados en este trabajo representan, con vértices en forma de hexágono, las relaciones entre variables y con vértices en forma de círculo y elipse, las diferentes variables interrelacionadas. La tabla 1 identifica las 52 variables participantes en el modelo matemático general.

Asimismo, en la tabla 2 se presenta el modelo matemático general de un engranaje cilíndrico con dientes rectos de ejes paralelos y contacto exterior con las relaciones pertinentes del esfuerzo de contacto en el flanco de los dientes y la geometría requerida considerando las condiciones de operación y fabricación de las ruedas.

La figura 4 muestra la organización general del modelo matemático mediante un grafo donde las variables son identificadas con círculos y elipses y las relaciones con hexágonos. El grafo del modelo muestra la geometría del engranaje, condiciones de operación, aspectos de diseño, fabricación y montaje en interrelación con el esfuerzo de contacto nominal de un engranaje cilíndrico de dientes rectos y ejes paralelos con contacto exterior.

Un análisis del anterior modelo matemático permite determinar la cantidad de datos requeridos para hacer convergente la solución del problema del estimado del esfuerzo de contacto nominal de un engranaje cilíndrico de dientes rectos y ejes paralelos con contacto exterior. En este caso, la cantidad necesaria de variables conocidas se determina como:

$$D = V - R$$

Siendo:

D : Cantidad de variables conocidas.

V : Cantidad de variables del modelo matemático ($V = 52$)

R : Cantidad de relaciones del modelo matemático ($R = 27$)

$$D = 52 - 27 = 25 \text{ variables datos}$$

El modelo matemático para la solución del problema de cálculo del esfuerzo de contacto desarrollado en este trabajo fue establecido para un engranaje cilíndrico de acero de dientes rectos con ejes paralelos y contacto exterior en condiciones de trabajo estable y sin perturbaciones considerables derivadas de la máquina movida y la máquina motriz ($K_o = 1$). La ubicación de las ruedas con relación a los apoyos fue considerada simétrica ($s_1/s_2 = 0$) y el engranaje protegido del ambiente mediante una carcasa protectora (engranaje cerrado). La calidad de las ruedas fue asumida del tipo comercial y los dientes sin modificación en los flancos ($K_{Hmc} = 1$), con condiciones medias de rugosidad en los flancos ($Z_R = 1$) y sin asentamiento previo de las ruedas durante el montaje ($K_{He} = 0,8$).

En la tabla 3 se muestran las variables asumidas como conocidas (datos) que se descartaron en el grafo del modelo matemático lo cual desarrolla el procedimiento de cálculo como solución al problema de determinar el esfuerzo de contacto nominal (σ_H) de un engranaje cilíndrico de dientes rectos y ejes paralelos con contacto exterior.

La figura 5 muestra la organización general del grafo del modelo matemático de la solución del problema asociado con la determinación del esfuerzo de contacto nominal de un engranaje cilíndrico de dientes rectos y ejes paralelos con contacto exterior. En la tabla 3 se muestra además el procedimiento de cálculo generado en el presente trabajo en base a las relaciones identificadas en ANSI-AGMA 2101-D04.

Tabla 1

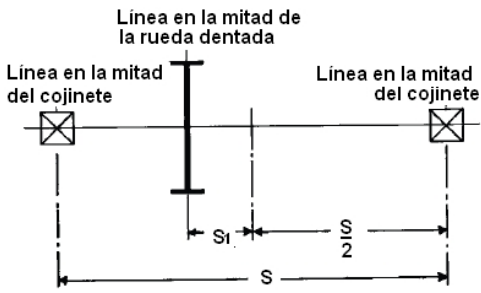
Simbología y unidades de variables participantes en el modelo matemático general

No.	Variables	Unidad	Descripción:
1	u		Razón de engrane
2	z_1		Cantidad de dientes en el piñón
3	z_2		Cantidad de dientes en la rueda
4	d_{w1}	mm	Diámetro primitivo del piñón
5	d_{b1}	mm	Diámetro básico del piñón
6	d_{a1}	mm	Diámetro de cresta del piñón
7	d_{f2}	mm	Diámetro de fondo de la rueda
8	a_w	mm	Distancia entre ejes de las ruedas
9	m	mm	Módulo
10	b	mm	Ancho de engranaje
11	α (alfa)	°	Ángulo del perfil de la cremallera de referencia
12	h_a^*		Factor de altura de la cabeza del diente
13	c^*		Factor de holgura radial
14	x_1		Coefficiente de corrección del perfil de dientes del piñón
15	x_2		Coefficiente de corrección del perfil de dientes de la rueda
16	x_Σ (xsuma)		Corrección sumaria
17	α_w (alfaw)	°	Ángulo de engranaje en plano transversal
18	ρ_1 (ro1)	mm	Radio del flanco de contacto en diente del piñón
19	ρ_2 (ro2)	mm	Radio del flanco de contacto en diente de la rueda
20	n_1	min ⁻¹	Revoluciones por minuto del tornillo
21	P	kW	Potencia transmitida por el engranaje
22	Z_E	MPa ^{1/2}	Factor de elasticidad
23	E_1	MPa	Módulo de elasticidad del material del piñón
24	ν_1 (miu1)		Coefficiente de <i>Poisson</i> del material del piñón
25	E_2	MPa	Módulo de elasticidad del material de la rueda
26	ν_2 (miu2)		Coefficiente de <i>Poisson</i> del material de la rueda
27	F_T	N	Fuerza tangencial en las ruedas
28	v	m/s	Velocidad tangencial en las ruedas
29	σ_H (sigmaH).	MPa	Esfuerzo máximo de contacto nominal
30	K_O		Factor por aplicación de carga
31	K_V		Factor por carga dinámica.
32	K_H		Factor por concentración de carga en flanco del diente
33	K_S		Factor por tamaño.
34	Z_R		Factor por rugosidad.
35	Z_I		Factor geométrico de resistencia a la picadura.
36	B		Factor auxiliar de cálculo del K_V .
37	C		Factor auxiliar de cálculo del K_V .
38	Q_{ISO}		Grado de precisión del engranaje
39	KH_{mc}		Factor por modificación en generatriz del flanco de dientes
40	KH_{pf}		Factor por ancho relativo del piñón
41	KH_{pm}		Factor por ubicación del piñón
42	KH_{ma}		Factor por calidad de la manufactura
43	KH_e		Factor por calidad del ajuste del montaje.
44	s/s_1		Relación geométrica en el montaje
45	A_{ma}		Coefficiente A para calcular KH_{ma}
46	B_{ma}		Coefficiente B para calcular KH_{ma}
47	C_{ma}		Coefficiente C para calcular KH_{ma}
48	Prop. no uniforme del material		Propiedades no uniformes del material.
49	Condición de superficie		Condiciones de superficie de contacto de los dientes
50	Máq. mov. y mot		Régimen de trabajo según máquina movida y motriz
51	Modif. generatriz flanco diente		Corrección en la generatriz del flanco de los dientes
52	Calidad del montaje		Calidad del ajuste en el montaje de las ruedas

Tabla 2
Modelo matemático general

$u \cdot z_1 - z_2 = 0$	(R01)
$d_{w1} \cdot (u + 1) - 2 \cdot a_w = 0$	(R02)
$d_{b1} - m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha = 0$	(R03)
$2 \cdot a_w - d_{f2} - 2 \cdot c^* \cdot m - d_{a1} = 0$	(R04)
$m \cdot z_2 - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c^* - x_2) - d_{f2} = 0$	(R05)
$2 \cdot a_w \cdot \cos \alpha_w - m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \cos \alpha = 0$	(R06)
$\frac{\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha}{2 \cdot \tan \alpha} (z_1 + z_2) - x_\Sigma = 0$	(R07)
$x_2 + x_1 - x_\Sigma = 0$	(R08)
$\rho_1 + m \cdot \pi \cdot \cos \alpha - \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} = 0$	(R09)
$\rho_2 + \rho_1 - a_w \cdot \text{sen } \alpha_w = 0$	(R10)
$(Z_E)^2 \cdot \pi \cdot \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right] - 1 = 0$	(R11)
$F_T \cdot V - 1000 \cdot P = 0$	(R12)
$60000 \cdot V - (n_1 \cdot \pi \cdot d_{w1}) = 0$	(R13)
$\left(\frac{\sigma_H}{Z_E}\right)^2 \cdot b \cdot d_{w1} \cdot Z_1 - F_T \cdot K_0 \cdot K_V \cdot K_H \cdot K_S \cdot Z_R = 0$	(R14)
$K_S = f \left(\begin{array}{l} \text{propiedades no} \\ \text{uniformes del material} \\ \text{de las ruedas} \end{array} \right)$	(R15)
$Z_R = f \left(\begin{array}{l} \text{condiciones de las} \\ \text{superficies en contacto} \\ \text{de los dientes} \end{array} \right)$	(R16)
$50 + 56(1 - B) - C = 0$	(R17)
$B - 0.25 \cdot (Q_{ISO} - 5)^{0.667} = 0$	(R18)
$K_0 = f \left(\begin{array}{l} \text{máquina motriz,} \\ \text{máquina movida,} \\ \text{régimen de trabajo} \end{array} \right)$	(R19)
$K_V - \left(\frac{C}{C + \sqrt{196.85 \cdot V}} \right)^{-B} = 0$	(R20)
$1 + K_{Hmc} \cdot (K_{Hpf} \cdot K_{Hpm} + K_{Hma} \cdot K_{He}) - K_H = 0$	(R21)
$K_{Hmc} = f \left(\begin{array}{l} \text{corrección en} \\ \text{generatriz del} \\ \text{flanco de los} \\ \text{dientes} \end{array} \right)$ $K_{Hmc} = 1,0$ Ruedas sin modificación en generatriz del flanco de los dientes $K_{Hmc} = 0,8$ Ruedas con modificación en la generatriz del flanco de los dientes.	(R22)
Para $b = 25$ mm $K_{Hpf} = \frac{b}{10 \cdot d_{w1}} - 0,025$ Para $25 < b < 432$ mm $K_{Hpf} = \frac{b}{10 \cdot d_{w1}} - 0,0375 + 0.000492 \cdot b$ Para valores de $\frac{b}{10 \cdot d_{w1}} < 0,05$ usar 0,05	(R23)

Tabla 2
Continuación

 <p>$K_{Hpm} = 1,0$ Para $(s1 / s) < 0.175$ $K_{Hpm} = 1,1$ Para $(s1 / s) = 0.175$</p>	(R24)																				
$A_{ma} + B_{ma} \cdot b + C_{ma} \cdot b^2 - K_{Hma} = 0$ <p style="text-align: center;">Coeficientes auxiliares del factor KHma según calidad del engranaje</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #FFD700;"> <th>Calidad del engranaje</th> <th>A_{ma}</th> <th>B_{ma}</th> <th>C_{ma}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Engranaje abierto</td> <td>0,247</td> <td>$0,657 \times 10^{-3}$</td> <td>-1.186×10^{-7}</td> </tr> <tr> <td>Engranaje cerrado y calidad comercial.</td> <td>0,127</td> <td>$0,622 \times 10^{-3}$</td> <td>-1.69×10^{-7}</td> </tr> <tr> <td>Engranaje de precisión cerrado</td> <td>0,0675</td> <td>$0,504 \times 10^{-3}$</td> <td>-1.44×10^{-7}</td> </tr> <tr> <td>Engranaje con elevada precisión y cerrado</td> <td>0,0380</td> <td>$0,402 \times 10^{-3}$</td> <td>-1.27×10^{-7}</td> </tr> </tbody> </table>	Calidad del engranaje	A_{ma}	B_{ma}	C_{ma}	Engranaje abierto	0,247	$0,657 \times 10^{-3}$	-1.186×10^{-7}	Engranaje cerrado y calidad comercial.	0,127	$0,622 \times 10^{-3}$	-1.69×10^{-7}	Engranaje de precisión cerrado	0,0675	$0,504 \times 10^{-3}$	-1.44×10^{-7}	Engranaje con elevada precisión y cerrado	0,0380	$0,402 \times 10^{-3}$	-1.27×10^{-7}	(R25)
Calidad del engranaje	A_{ma}	B_{ma}	C_{ma}																		
Engranaje abierto	0,247	$0,657 \times 10^{-3}$	-1.186×10^{-7}																		
Engranaje cerrado y calidad comercial.	0,127	$0,622 \times 10^{-3}$	-1.69×10^{-7}																		
Engranaje de precisión cerrado	0,0675	$0,504 \times 10^{-3}$	-1.44×10^{-7}																		
Engranaje con elevada precisión y cerrado	0,0380	$0,402 \times 10^{-3}$	-1.27×10^{-7}																		
<p>$K_{He} = 1,0$ Engranajes con asentamiento adecuado en el montaje. $K_{He} = 0,8$ Engranajes sin asentamiento antes de iniciar el trabajo</p>	(R26)																				
$Z_1 \cdot \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \cdot d_{w1} - \cos \alpha_w = 0$	(R27)																				

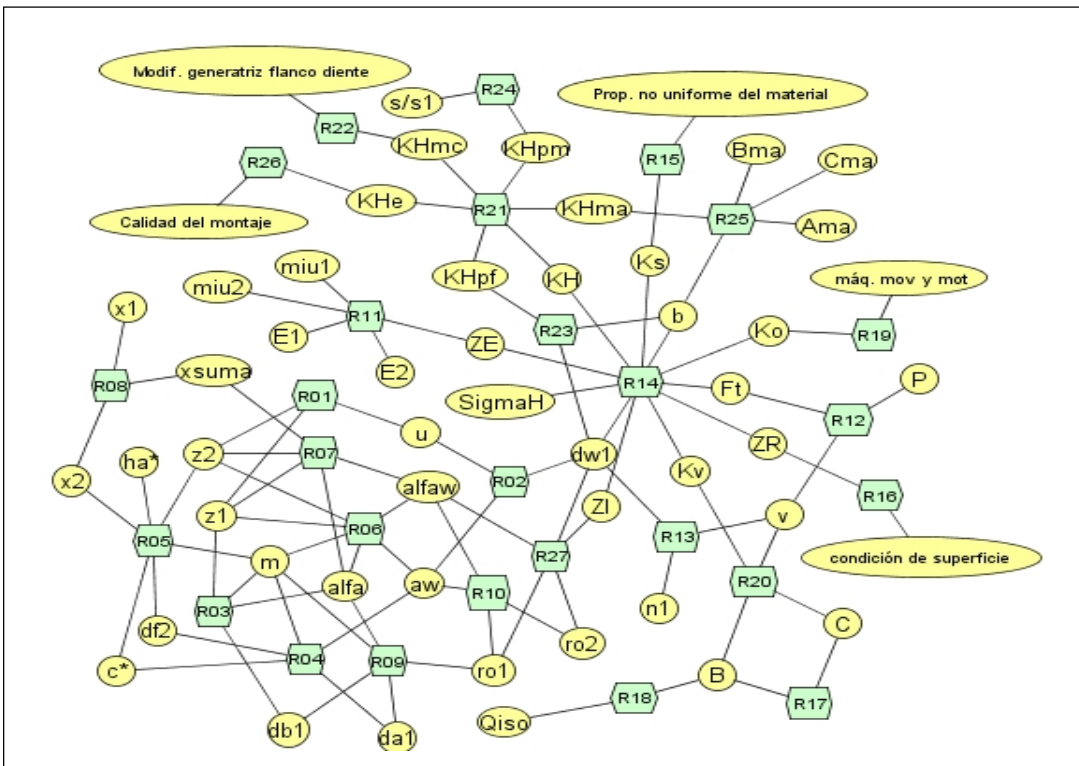


Fig. 4. Grafo de modelo matemático general

Tabla 3

Variables conocidas (datos) para solución del problema de determinación del esfuerzo de contacto nominal (σ_H) de un engranaje cilíndrico

No.	Variables	Unidad	Descripción:
1	z_1		Cantidad de dientes en el piñón
2	z_2		Cantidad de dientes en la rueda
3	a_w	mm	Distancia entre ejes de las ruedas
4	m	mm	Módulo
5	b	mm	Ancho de engranaje
6	α (alfa)	°	Ángulo del perfil de la cremallera de referencia
7	ha^*		Factor de altura de la cabeza del diente
8	c^*		Factor de holgura radial
9	x_1		Coefficiente de corrección del perfil de dientes del piñón
10	n_1	min^{-1}	Revoluciones por minuto del tornillo
11	P	kW	Potencia transmitida por el engranaje
12	E_1	MPa	Módulo de elasticidad del material del piñón
13	ν_1 (miu1)		Coefficiente de <i>Poisson</i> del material del piñón
14	E_2	MPa	Módulo de elasticidad del material de la rueda
15	ν_2 (miu2)		Coefficiente de <i>Poisson</i> del material de la rueda
16	Q_{ISO}		Grado de precisión del engranaje
17	s/s_1		Relación geométrica en el montaje
18	A_{ma}		Coefficiente A para calcular KH_{ma}
19	B_{ma}		Coefficiente B para calcular KH_{ma}
20	C_{ma}		Coefficiente C para calcular KH_{ma}
21	Prop. no uniforme del material		Propiedades no uniformes del material.
22	Condición de superficie		Condiciones de superficie de contacto de los dientes
23	Máq. mov. y mot		Régimen de trabajo según máquina movida y motriz
24	Modif. generatriz flanco diente		Corrección en la generatriz del flanco de los dientes
25	Calidad del montaje		Calidad del ajuste en el montaje de las ruedas

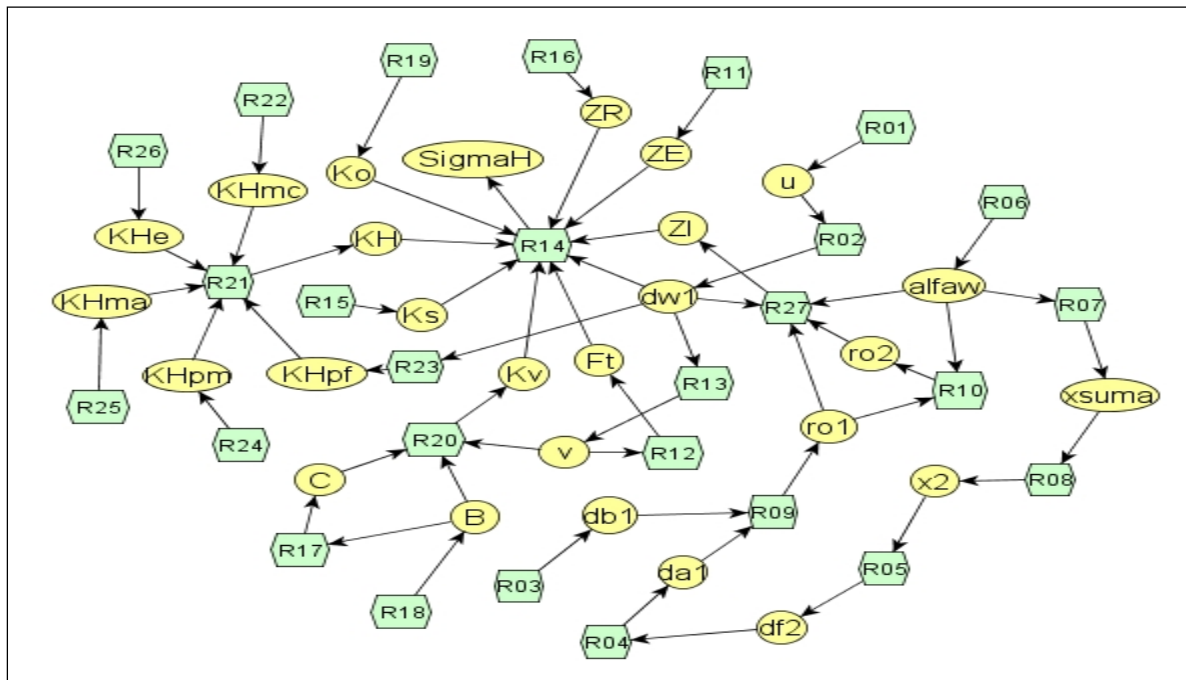


Fig. 5. Grafo de modelo matemático para la solución del problema

Tabla 4

Procedimiento de cálculo del esfuerzo de contacto nominal de un engranaje cilíndrico de dientes rectos y ejes paralelos con contacto exterior

Denominación	Ecuación	Unidad	Relación
Razón de engrane	$u = \frac{z_2}{z_1}$		(R01)
Diámetro primitivo del piñón	$d_{w1} = \frac{2 \cdot a_w}{(u + 1)}$	mm	(R02)
Velocidad tangencial	$V = \frac{(n_1 \cdot \pi \cdot d_{w1})}{60000}$	m/s	(R13)
Fuerza tangencial	$F_T = \frac{1000 \cdot P}{V}$	N	(R12)
Ángulo de engranaje transversal	$\alpha_w = \cos^{-1} \left(\frac{m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \cos \alpha}{2 \cdot a_w} \right)$	°	(R06)
Corrección sumaria	$x_s = \frac{\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha}{2 \cdot \tan \alpha} (z_1 + z_2)$		(R07)
Coefficiente de corrección en la rueda	$x_2 = x_s - x_1$		(R08)
Diámetro de fondo de la rueda	$d_{f2} = m \cdot z_2 - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c^* - x_2)$	mm	(R05)
Diámetro de cresta del piñón	$d_{a1} = 2 \cdot a_w - d_{f2} - 2 \cdot c^* \cdot m$	mm	(R04)
Diámetro básico del piñón	$d_{b1} = m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha$	mm	(R03)
Radio del flanco de contacto en diente del piñón.	$\rho_1 = \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} - m \cdot \pi \cdot \cos \alpha$	mm	(R09)
Radio del flanco de contacto en diente de la rueda	$\rho_2 = a_w \cdot \text{sen } \alpha_w - \rho_1$	mm	(R10)
Factor geométrico de resistencia a la picadura.	$Z_1 = \frac{\cos \alpha_w}{\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) \cdot d_{w1}}$		(R27)
Factor elástico	$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right]}} = 190$	MPa ^{1/2}	(R11)
Factor por rugosidad.	$Z_R = f \left(\begin{array}{l} \text{condiciones de las} \\ \text{superficies en contacto} \\ \text{de los dientes} \end{array} \right) = 1$		(R16)
Factor por aplicación de carga	$K_0 = f \left(\begin{array}{l} \text{máquina motriz,} \\ \text{máquina movida,} \\ \text{régimen de trabajo} \end{array} \right) = 1$		(R19)
Factor por tamaño.	$K_S = f \left(\begin{array}{l} \text{propiedades no} \\ \text{uniformes del material} \\ \text{de las ruedas} \end{array} \right) = 1$		(R15)
Coefficiente auxiliar de cálculo	$B = 0.25 \cdot (Q_{ISO} - 5)^{0.667}$		(R18)
Coefficiente auxiliar de cálculo	$C = 50 + 56(1 - B)$		(R17)
Factor de carga dinámico	$K_V = \left(\frac{C}{C + \sqrt{196.85 \cdot V}} \right)^{-B}$		(R20)
Factor por modificación en generatriz del flanco de dientes	$K_{Hmc} = f \left(\begin{array}{l} \text{corrección en} \\ \text{generatriz del} \\ \text{flanco de los} \\ \text{dientes} \end{array} \right) = 1$		(R22)

Tabla 4
Continuación

Factor por ubicación del piñón	$K_{Hpm} = 1,0$		(R24)
Factor por calidad del ajuste del montaje.	$K_{He} = 0,8$		(R26)
Factor por ancho relativo del piñón	Para $b = 25 \text{ mm}$ $K_{Hpf} = \frac{b}{10 \cdot d_{w1}} - 0,025$ Para $25 < b = 432 \text{ mm}$ $K_{Hpf} = \frac{b}{10 \cdot d_{w1}} - 0,0375 + 0,000492 \cdot b$ Para valores de $\frac{b}{10 \cdot d_{w1}} < 0,05$ usar 0,05		(R23)
Factor por calidad de la manufactura	$K_{Hma} = A_{ma} + B_{ma} \cdot b + C_{ma} \cdot b^2$		(R25)
Factor por concentración de carga en flanco del diente.	$K_H = 1 + K_{Hmc} \cdot (K_{Hpf} \cdot K_{Hpm} + K_{Hma} \cdot K_{He})$		(R21)
Esfuerzo de contacto nominal.	$\sigma_H = Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_T \cdot K_0 \cdot K_V \cdot K_H \cdot K_S \cdot Z_R}{b \cdot d_{w1} \cdot Z_I}}$	MPa	(R14)

RESULTADOS

Basado en el procedimiento desarrollado para calcular el esfuerzo de contacto en los flancos activos de los dientes rectos de un engranaje cilíndrico con ejes paralelos y contacto exterior, fue elaborado en Excel un procesamiento lineal del cálculo que permitió en primera instancia corroborar la convergencia de los resultados con otros declarados en la literatura especializada [10,11] y posteriormente evaluar la influencia de algunos parámetros geométricos del engranaje en la magnitud del esfuerzo.

En general y en correspondencia con el modelo matemático de la solución del problema establecido, las valoraciones del esfuerzo de contacto fueron realizadas para engranajes lubricados por inmersión en baño de aceite, con disposición simétrica de las ruedas con relación a los apoyos, trabajando con carga uniforme y continua, no más de 8 h diarias, con menos de 4 arranques en el intervalo de trabajo y evitando que la carga máxima de arranque supere el doble de la carga de trabajo nominal. El engranaje fue seleccionado de calidad comercial, con grado 7mo. de precisión ISO, rugosidad superficial media de los flancos en los dientes menor de 6 micrómetros ($R_a \leq 6$ micrómetros) y sin asentamiento previo de las ruedas durante el montaje. Las ruedas dentadas fueron consideradas elaboradas por generación con parámetros normalizados [12] de la herramienta de corte ($\alpha = 20^\circ$, $ha^* = 1$ y $c^* = 0,25$) y módulo normalizado según ISO [13]. El engranaje básico para el análisis fue tipificado con una distancia entre ejes (a_w) de 216 mm, una razón de engrane (u) de 1,88 con ancho de engranaje (b) de 64 mm. Las condiciones de operación fueron establecidas para transmitir una potencia (P) de 10 kW y velocidad de la rueda rápida (n_1) de 500 min^{-1} .

Con el objetivo de analizar la influencia de la geometría del engranaje en el comportamiento de la resistencia a la picadura en los dientes, fueron estimados valores de esfuerzos de contacto en los flancos activos de los dientes rectos de engranajes cilíndricos de acero con ejes paralelos y contacto exterior. En las condiciones de operación establecidas el factor de carga dinámica y el factor de concentración de carga en el flanco del diente se mantuvieron prácticamente constantes con valores de $K_V = 1,12$ y $K_H = 1,18$ respectivamente. Los más importantes resultados son presentados gráficamente (figuras 6, 7 y 8).

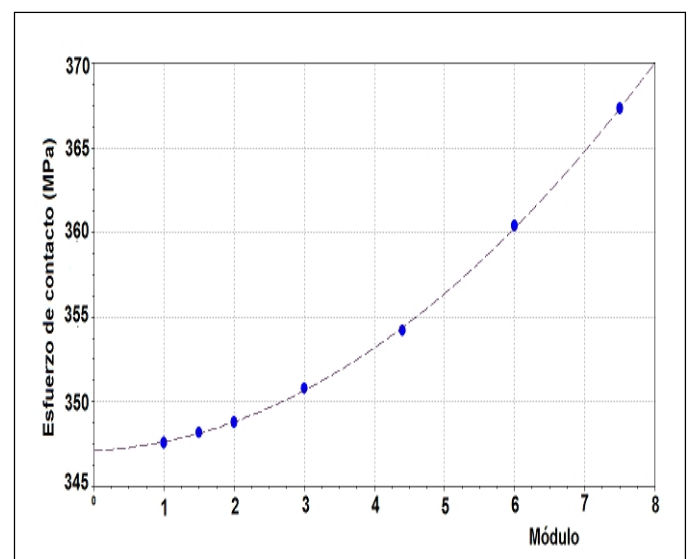


Fig. 6. Comportamiento del esfuerzo de contacto con variaciones en el módulo para un engranaje de distancia entre centros fija ($a_w = 216 \text{ mm}$) y razón de engranaje constante ($u = 1,88$)

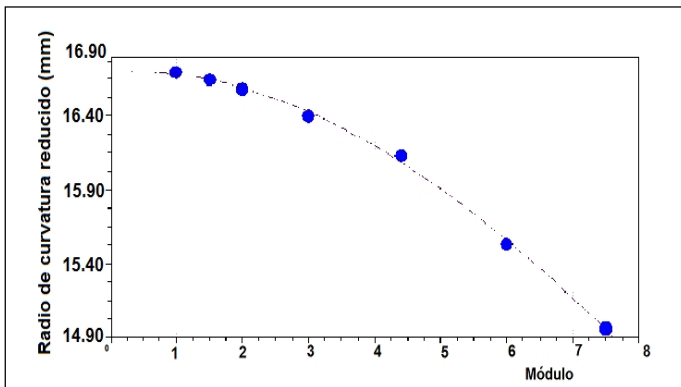


Fig. 7. Comportamiento del radio de curvatura equivalente con variaciones en el módulo para un engranaje de distancia entre centros fija ($a_w = 216$ mm) y razón de engranaje constante ($u = 1,88$)

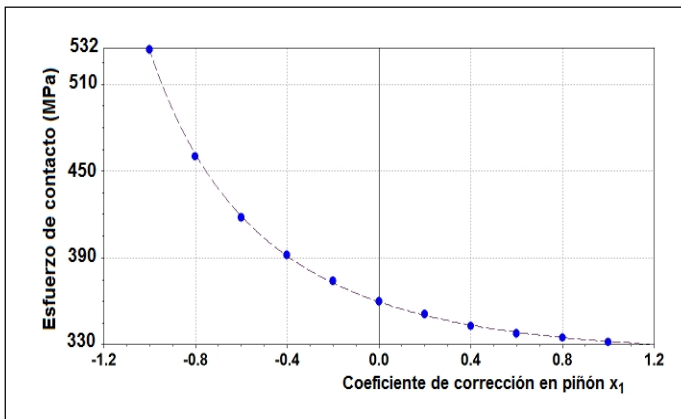


Fig. 8. Comportamiento del esfuerzo de contacto con variaciones en el coeficiente de corrección del piñón para un engranaje de distancia entre centros $a_w = 216$ mm, razón de engranaje $u = 1,88$, piñón con 25 dientes y módulo $m = 6$

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El procedimiento desarrollado permitió realizar la simulación del comportamiento del esfuerzo de contacto en engranajes cilíndricos de ejes paralelos con contacto exterior y dientes rectos. Un resumen de los resultados se muestra en las figuras 6, 7 y 8 y en la tabla 5.

Un análisis de resultados demuestra la importancia de la geometría interna del engranaje en la magnitud de los esfuerzos de contacto. En particular, tiene gran importancia el radio de curvatura equivalente en la zona de contacto entre los flancos conjugados de los dientes de las ruedas que depende en buena medida del módulo, la cantidad de dientes de las ruedas y el coeficiente de corrección de flancos en el piñón. Los resultados obtenidos evidencian la importancia de lograr dientes con radios de curvatura aumentados en la zona de engrane efectivo para obtener engranajes con mayor resistencia al deterioro por picadura. Contrario a lo que pueda ser supuesto sin un análisis previo de la influencia de los parámetros geométricos del engranaje en los esfuerzos de contacto, la figura 6 muestra que el uso de ruedas con módulos superiores disminuye la resistencia a la picadura de los dientes en caso de engranajes con distancia entre ejes establecida, debido a que disminuye el factor geométrico de resistencia a la picadura y por consiguiente, según se observa en la figura 7, se obtienen también menores radios efectivos de curvatura resultante.

Los resultados compilados en la figura 8, ratifican la influencia del radio de curvatura en los esfuerzos de contacto y en particular el efecto del coeficiente de corrección del piñón. En general, engranajes con coeficientes de corrección positivos favorecen el aumento del radio de curvatura de los flancos de los dientes y resultan con mayores radios efectivos de curvatura.

Tabla 5

Resultados numéricos obtenidos con aplicación del procedimiento para estimar esfuerzos de contacto en los flancos activos de los dientes rectos de engranajes cilíndricos de acero con ejes paralelos y contacto exterior

m	Z_1	Z_2	X_1	ρ_1 (mm)	ρ_2 (mm)	ρ_{red} (mm)	ZI	σ_H (MPa)
1	150	282	0	25,5	48,4	16,69	0,1046	347,6
1,5	100	188	0	25,3	48,5	16,64	0,1041	348,2
2	75	141	0	25,1	48,7	16,58	0,1038	348,8
3	50	94	0	24,6	49,3	16,40	0,1027	350,8
(4,4)	34	64	0	23,5	51,4	16,13	0,1009	354,2
6	25	47	0	22,2	51,7	15,53	0,0973	360,4
(7,5)	20	38	0	20,7	53,6	14,96	0,0937	367,3
6	25	46	-1	7,94	65,94	7,08	0,0444	533,6
6	25	46	-0,8	11,26	62,62	9,54	0,0598	459,8
6	25	46	-0,6	14,28	59,59	11,52	0,0722	418,5
6	25	46	-0,4	17,09	56,79	13,13	0,0823	391,9
6	25	46	-0,2	19,72	54,16	14,45	0,0905	373,6
6	25	46	0,2	24,59	49,28	16,40	0,1028	350,7
6	25	46	0,4	26,88	46,99	17,10	0,1071	343,5
6	25	46	0,6	29,09	44,79	17,63	0,1105	338,2
6	25	46	0,8	31,22	42,65	18,03	0,1129	334,5
6	25	46	1	33,29	40,58	18,29	0,1146	332,1

Nota: Valores de módulo entre paréntesis no están normalizados.

En los casos analizados, fueron obtenidos reducciones del esfuerzo de contacto del orden del 60 % con variaciones del coeficiente de corrección en el piñón entre $x_1 = -1$ y $x_1 = 1$. Por su parte, la figura 9 muestra la interrelación entre el coeficiente de corrección de piñón (x_1) y la variación del radio de curvatura de los flancos de los dientes en el piñón y en la rueda para casos de engranajes con distancias entre ejes establecidas, demostrando la importancia de que el radio de curvatura del piñón sea el mayor posible pues siempre el radio de reducido (ρ_{red}) será menor que el menor de los dos radios conjugados.

Finalmente, la figura 10 permite entender la influencia de los radios de curvatura de los flancos (ρ_1 , ρ_2) de los dientes en las ruedas conjugadas del engranaje en el factor geométrico de resistencia a la picadura (Z_1).

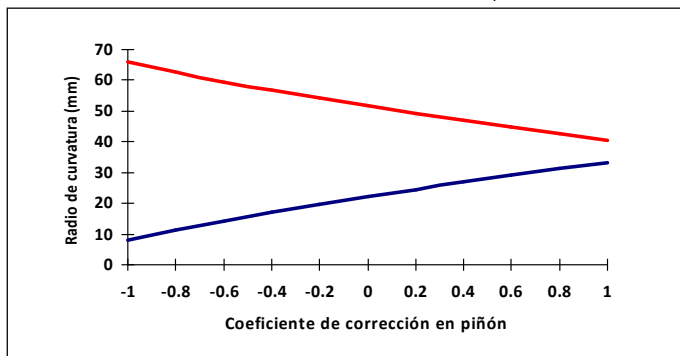


Fig. 9. Comportamiento de los radios de curvatura de los dientes de la rueda (trazo superior) y de los dientes del piñón (trazo inferior) en dependencia del coeficiente de corrección del piñón. Fue considerado un engranaje con distancia entre centros $a_w = 216$ mm, razón de engranaje $u = 1,88$, piñón con 25 dientes y módulo $m = 6$

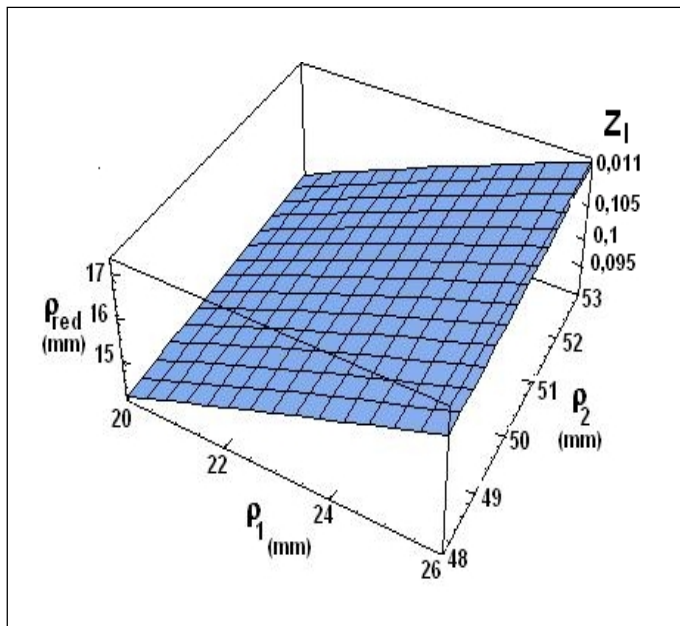


Fig. 10. Relación entre el radio de curvatura reducido y el factor geométrico de resistencia a la picadura para un engranaje de distancia entre centros $a_w = 216$ mm, razón de engranaje $u = 1,88$, piñón con 25 dientes y módulo $m = 6$

CONCLUSIONES

Fue desarrollado un procedimiento analítico para estimar el esfuerzo de contacto en engranajes cilíndricos de ejes paralelos con contacto exterior y dientes rectos mediante un modelo matemático basado en formulaciones de AGMA 2101-D04. El procedimiento fue ejecutado en Excel y los resultados derivados del cálculo permitieron en primera instancia corroborar la convergencia de los resultados con otros declarados en la literatura especializada [10,11] y posteriormente evaluar la influencia de algunos parámetros geométricos del engranaje en la magnitud del esfuerzo.

Fue evidenciada la importancia de lograr dientes con radios de curvatura aumentados en la zona de engrane efectivo para obtener engranajes con mayor resistencia al deterioro por picadura.

Derivado de los resultados obtenidos se concluye que el uso de ruedas con módulos superiores disminuye la resistencia a la picadura de los dientes en caso de engranajes con distancia entre ejes establecida, debido a que disminuye el factor geométrico de resistencia a la picadura por obtenerse menores radios efectivos de curvatura resultante.

En general, engranajes con coeficientes de corrección positivos favorecen el aumento del radio de curvatura de los flancos de los dientes y resultan con mayores radios efectivos de curvatura. En los casos analizados, fueron obtenidos reducciones del esfuerzo de contacto del orden del 60 % con variaciones del coeficiente de corrección en el piñón entre $x_1 = -1$ y $x_1 = 1$.

REFERENCIAS

1. AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASOCIATION. "Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth". ANSI/AGMA 2003-C10, 72 pp. AGMA, Virginia, USA, 2010. ISBN: 978-1-55589-975-2.
2. AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASOCIATION. "Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth". ANSI/AGMA 2101-D04, 56 pp. Reaffirmed 2010. AGMA, Virginia, USA, 2004. ISBN: 1-55589-840-8.
3. INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. "Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 2: Calculation of surface durability (pitting)". ISO International Standard 6336-2, 33 pp. ISO/IEC Office. Geneva, Switzerland, 2006.
4. AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASOCIATION. "Design Recommendations for Bevel Gears". AGMA ISO Standard 22849-A12, 32 pp. AGMA, Virginia, USA, 2012. ISBN: 978-1-61481-029-2.
5. AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASOCIATION. "Standard for Design and Specification of Gearboxes for Wind Turbines". ANSI/AGMA/AWEA 6006-A03, 95 pp. Reaffirmed 2010. AGMA, Virginia, USA, 2004. ISBN: 1-55589-817-3.
6. PEDRERO, José Ignacio; ARTÉS, Mariano *et al.* "Theoretical model for load distribution on cylindrical gears:

- Application to contact stress analysis". En actas de Fall Technical Meeting. American Gear Manufacturers Association. 1999, Paper 99FTM15. Virginia, USA. ISBN: 1-55589-753-3.
7. AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASOCIATION. "Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth". AGMA 908-B89, 95 73 pp. Reaffirmed 1999. AGMA, Virginia, USA, 1989. ISBN: 1-55589-525-5.
 8. **GONZÁLEZ REY, Gonzalo**. "Higher contact ratios for quieter gears". Gear solutions. January 2009, vol. 7. núm.70, pp. 20. ISSN: 1933-7507. Disponible en Web: http://www.gearsolutions.com/media/uploads/assets/PDF/Articles/Jan_09/0109_Gonzo.pdf [consultado abril 2014].
 9. **GONZÁLEZ REY, Gonzalo; GARCÍA DOMÍNGUEZ, María Eugenia**. "Análisis del coeficiente de carga dinámica interna en engranajes cilíndricos según ISO 6336-1", Ingeniería Mecánica, 2007. vol. 14, núm. 3, pp. 47 - 56. ISSN: 1815-5944. Disponible en Web: <http://www.ingenieriamecanica.cujae.edu.cu/index.php/revistaim/article/download/139/473> [consultado abril 2014].
 10. AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASOCIATION. "Effect of Lubrication on Gear Surface Distress". AGMA 925-A03, 51 pp., AGMA, Virginia, USA, 2003. ISBN: 1-55589-815-7.
 11. AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASOCIATION. "A Summary of Numerical Examples Demonstrating the Procedures for Calculating Geometry Factors for Spur and Helical Gears". AGMA 918-A93, 42 pp., AGMA, Virginia, USA, 1993. ISBN: 1-55589-617-0.
 12. NORMA CUBANA. "Engranajes cilíndricos para la industria general y pesada - Perfil del diente de cremallera básica (ISO 53:1998, IDT)". NC-ISO 53: 2008, 9 pp., Oficina de Normalización Nacional, La Habana, Cuba, 2008.
 13. NORMA CUBANA. "Engranajes cilíndricos para la industria general y pesada - Módulos (ISO 54:1996, IDT)". NC-ISO 54: 2007, 9 pp., Oficina de Normalización Nacional, La Habana, Cuba. 2007.

AUTORES

Christopher Edgar Falcón Anaya

Ingeniero Mecánico, Máster en Ciencias Eléctricas, Automatización y Sistemas de Control, Especialista de los Laboratorios del Centro de Desarrollo de Ingeniería Automotriz de México (CeDIAM), Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Aguascalientes, México

Gonzalo González Rey

Ingeniero Mecánico, Doctor en Ciencias Técnicas, Profesor Auxiliar, Facultad de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba. Miembro Académico de la Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes (AGMA), Miembro Experto en el Comité Técnico de Engranajes de la Organización para la Normalización Internacional (ISOTC60). Presidente del Comité Técnico de Normalización Cubano de Elementos de Máquina

An Approach for the Calculation of Nominal Tooth Contact Stress of Cylindrical Gears by AGMA Standard 2101-D04

Abstract

A procedure, formulas and relations to estimate a value of nominal tooth contact stress in case of steel cylindrical spur gears is presented. The procedure is fixed taking into account the AGMA Standard 2101-D04 for calculation of the load capacity of cylindrical gears. Results for spur gear with center distance fixed show pitting resistance reduction with greater modules due to a decrease of the pitting resistance geometry factor. In general, spur gears with positive addendum modification coefficient increase the radii of curvature of the contacting tooth profiles. Some results of case studies with addendum modification for pinion between $x_1 = -1$ y $x_1 = 1$ show increase of pitting resistance around 60 %.

Key words: cylindrical involute gears, AGMA Standard 2101, tooth contact, procedure for calculation