

# Análisis de la influencia del espesor de llanta en la resistencia de engranajes mediante el método de los elementos finitos

**Osney Gerardo Pérez Acosta**

Correo electrónico: operez@ica.co.cu

Instituto de Ciencia Animal, Mayabeque, Cuba

**Artículo original**

**Gonzalo González Rey**

Correo electrónico: cidim@mecanica.cujae.edu.cu

**Osmel Pérez Acosta**

Correo electrónico: operaza@mecanica.cujae.edu.cu

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba

## Resumen

Se presenta la aplicación del método de elementos finitos (MEF) para modelar el contacto bajo carga de los flancos de los dientes de ruedas cilíndricas de dientes rectos. Se analiza la resistencia del engranaje considerando esfuerzos en la llanta de la rueda. Se estudia la orientación del crecimiento de la grieta de fatiga en ruedas dentadas con diferentes relaciones de espesor de llanta basado en los modelos generados por el método de elementos finitos y comparados con resultados prácticos presentados anteriormente por Lewicki. Los resultados obtenidos permiten presentar una validación del método de elementos finitos para valorar el efecto del espesor de la llanta en la resistencia de ruedas dentadas con dientes rectos.

Palabras claves: método de elemento finito, rueda dentada, fractura, espesor de llanta

Recibido: 2 de abril del 2013

Aprobado: 28 de abril del 2013

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, los nuevos sistemas de computación para auxiliar al diseño (CAD) han sido empleados como alternativas para el análisis y síntesis de engranajes, pero la variedad de sistemas CAD y las amplias posibilidades de generación de modelos matemáticos utilizados en la evaluación de esfuerzos y deformaciones requieren de una validación de sus resultados a partir de cotejarlos con los procedimientos y normas establecidos por la práctica y la experiencia.

En la actualidad, son conocidas diferentes formas de modelar una rueda dentada, con mayor o menor precisión del flanco del diente, pero llama la atención la poca información práctica y aplicable para reproducir el proceso

que se publica en la literatura especializada sobre el particular [1], [2], [3]. Esta situación ha demostrado que la modelación de las ruedas dentadas es un recurso puesto a buen resguardo por los estudiosos del tema, debido a lo estratégico que resulta poder disponer de estas herramientas de análisis para el desarrollo de engranajes con geometría óptima y máxima capacidad de carga con mínimo volumen y características convenientes de explotación.

Varios son los autores que han presentado resultados en la aplicación del método de elementos finitos para el análisis de esfuerzos en el pie de los dientes de engranajes cilíndricos, en casos de valoración de modificaciones de los perfiles normales de los flancos activos [4], en el estudio de la distribución de la carga entre ruedas de engranajes planetarios [5], y en el análisis del proceso de engranaje [6].

La figura 1 muestra un caso de fractura por fatiga de la llanta de una rueda dentada cilíndrica. Aquí se debe valorar la resistencia, considerando esfuerzos en la zona de la llanta superiores al esfuerzo resultante que ocurre sobre la curva de empalme en el pie del diente. Para estos casos se introdujo en las fórmulas para valorar la resistencia a la fractura de los dientes, según AGMA [8] e ISO [9], un factor de corrección de esfuerzos para considerar la influencia del espesor de la llanta en la resistencia a la fractura de las ruedas.

A pesar de ser conocido, que el empleo de ruedas con llantas delgadas disminuye la resistencia a la fractura de las ruedas de engranaje, los autores han presenciado ocasionalmente diseños de transmisiones por engranajes en vehículos automotores, con exigencias de reducción del peso y volumen, donde ha ocurrido la fractura de la llanta de las ruedas dentadas (figura 2), a pesar que las dimensiones y resistencia de los materiales de los dientes eran suficientes para transmitir la carga exigida en el régimen nominal de explotación [10].

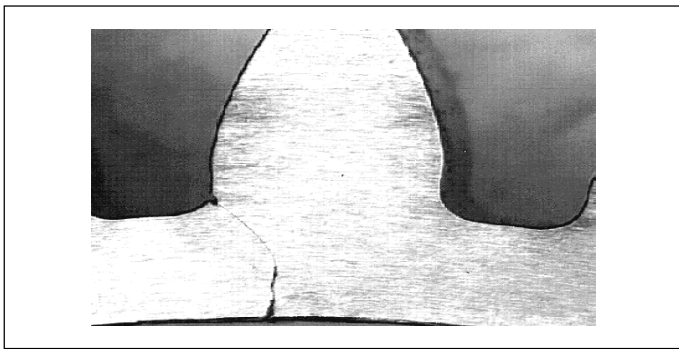


Fig. 1. Grieta de fractura por la llanta de una rueda dentada [7]



Fig. 2. Fractura de rueda por insuficiente espesor de llanta

Con el objetivo de presentar el método de elementos finitos como base para generar modelos que permitan valorar el efecto del espesor de la llanta en la resistencia de ruedas dentadas, en este trabajo se exponen algunos resultados de la aplicación del método de elementos finitos (MEF) para modelar el contacto de los dientes rectos en ruedas cilíndricas y se comparan con los resultados de los ensayos desarrollados por Lewicki y Ballarini [7, 11] sobre el efecto de espesor de diente en engranajes cilíndricos de dientes rectos de acero.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El método de elementos finitos permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo físico. No obstante, no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas que son consideradas. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el MEF puede simular con muy buena aproximación práctica los resultados de un prototipo físico. La validación del MEF está constatada ampliamente con la utilización del mismo a escala mundial.

Debido a que el engranaje cilíndrico de dientes rectos puede ser considerado como un componente bidimensional, sin pérdida de generalidad, puede ser usado el análisis de deformaciones planas. Apoyado en la anterior afirmación, para el análisis del contacto en un engranaje cilíndrico de dientes rectos fue construido un modelo 2D asimétrico de contacto.

El modelo geométrico fue creado a partir de su representación en Autodesk inventor 2011, para exportarlo a un software profesional de elementos finitos. Como en esta investigación se presupone una respuesta del material, poslímite de fluencia, se emplea un sistema de ecuaciones no lineales y es requerido un método de solución iterativo. En este modelo se valora la condición del espesor de llanta en engranajes de dientes rectos de acero, para hacer una comparación con resultados de ensayos obtenidos por Lewicki y Ballarini. En ese sentido, fue creado el modelo de una rueda dentada con las características que aparecen en la tabla 1, con variaciones en el espesor a la llanta para estudiar el efecto de la relación entre el espesor y la forma en que se propaga la grieta por fatiga en la rueda dentada.

Tabla 1 Datos primarios para generar el modelo de rueda cilíndrica de dientes rectos de acero (Base de los ensayos de Lewicki y Ballarini)	
Parámetro	Magnitud
Número de dientes del piñón	$z_1 = 28$
Módulo	$m = 3$
Paso	$P = 9,98 \text{ mm}$
Altura del diente	$h = 7,62 \text{ mm}$
Ancho de engranaje	$bw = 4,85 \text{ mm}$
Ángulo de presión de la herramienta de corte	$\alpha = 20^\circ$
Factor de altura del diente	$ha^* = 1$
Ángulo de inclinación de los dientes	$\beta = 0^\circ$
Diámetro de referencia	$d = 88,90 \text{ mm}$
Diámetro de cresta	$d_a = 95,25 \text{ mm}$
Radio de curvatura en la raíz del diente	1,02 a 1,52 mm
Momento torsor en el piñón	$T = 120 \text{ Nm}$

El cálculo de los esfuerzos en la base del diente, según ISO 6336-3 y AGMA 2101 [12],[13], permitió desarrollar las ecuaciones necesarias para evaluar los esfuerzos en la raíz del diente y valorar la resistencia de la rueda dentada cilíndrica a la fractura de sus dientes en la base durante la transmisión del movimiento bajo carga.

Las propiedades del material, comunes a todas las variantes del experimento, se muestran en la tabla 2 y permiten una efectiva modelación.

Para el trabajo se utilizaron diferentes razones de espesor de llanta en relación a la altura del diente y fue definida esa relación como  $m_B$ , según muestra la figura 3.

En el análisis fueron empleados los valores de razón de espesor de llanta:  $m_B = 3,3$ ,  $m_B = 1,0$ ;  $m_B = 0,5$  y  $m_B = 0,3$ . Estas proporciones se muestran en la figura 4. Los valores de razón de espesor de llanta fueron los mismos que utilizaron Lewicki y Ballarini en sus ensayos [7,11].

Tabla 2 Propiedades mecánicas del material de las muestras	
Propiedades del material	Magnitud
Módulo de elasticidad	200 GPa
Coefficiente de Poisson	0,3

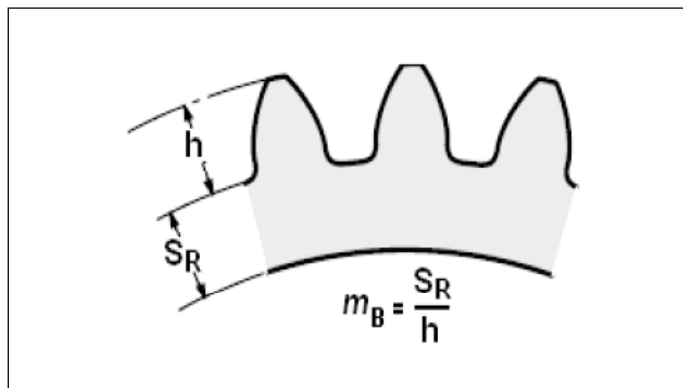


Fig. 3. Razón de espesor de llanta  $m_B$

El modelo geométrico de las ruedas generado por el método de elementos finitos fue considerado isotrópico y considerando 3 dientes. El segmento dentado en el modelo de elementos finitos fue soportado rígidamente en los extremos. El área fina del mallado cerca de la base del diente fue diferenciada del resto, con el propósito de circundar la región de altas tensiones colindante a la región, esto se muestra en la figura 5.

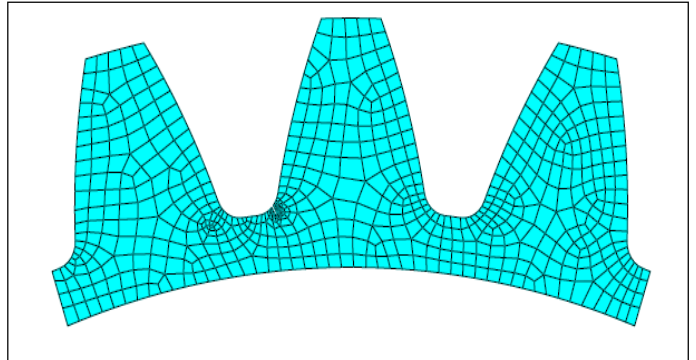


Figura 5. Mallado del modelo para  $m_B = 0,3$

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las figuras 6, 7, 8 y 9 muestran la propagación de la grieta para los diferentes espesores de llantas utilizados mediante el análisis con el modelo de elementos finitos generado por ANSYS.

Un análisis de los resultados permite predecir la forma de propagación de la grieta, teniendo en cuenta el efecto del espesor en las ruedas cilíndricas de acero con dientes rectos. En este sentido, se obtuvo que ruedas dentadas con espesores de llanta con razón de  $m_B = 3,3$  y  $m_B = 1,0$  orientan el crecimiento de la grieta de fatiga por la base del diente. En el caso de ruedas dentadas con espesores de llanta con razón de  $m_B = 0,3$  determinan una propagación de la grieta de fatiga a través de la llanta. En el caso de ruedas dentadas con espesores de llanta con razón  $m_B = 0,5$  existe una indeterminación de la orientación de la grieta, con igual probabilidad de propagación por la base del diente que a través de la llanta.

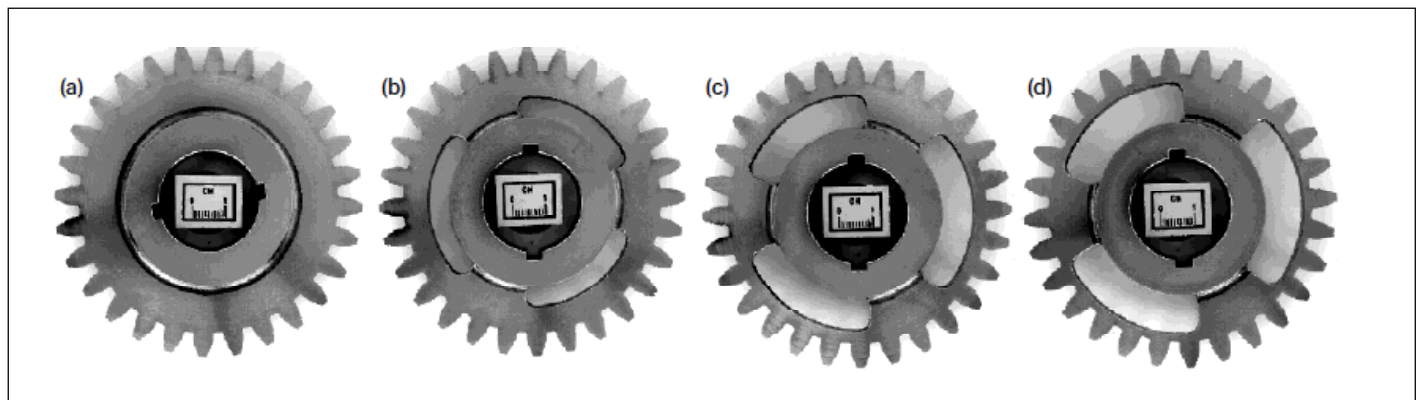


Fig. 4. Ruedas dentadas [7] para determinar el efecto del espesor de llanta en la propagación de grietas: a)  $m_B = 3,3$ ; b)  $m_B = 1,0$ ; c)  $m_B = 0,5$ ; d)  $m_B = 0,3$

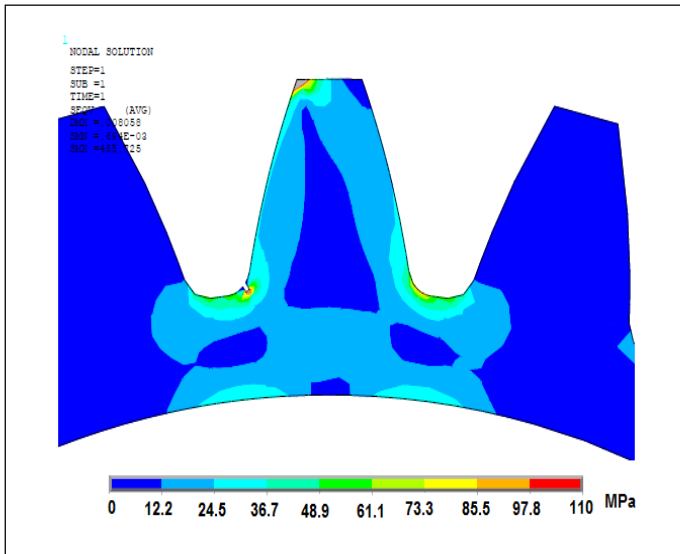


Figura 6. Distribución de esfuerzos en rueda dentada con razón de espesor de llanta  $m_B = 0,5$

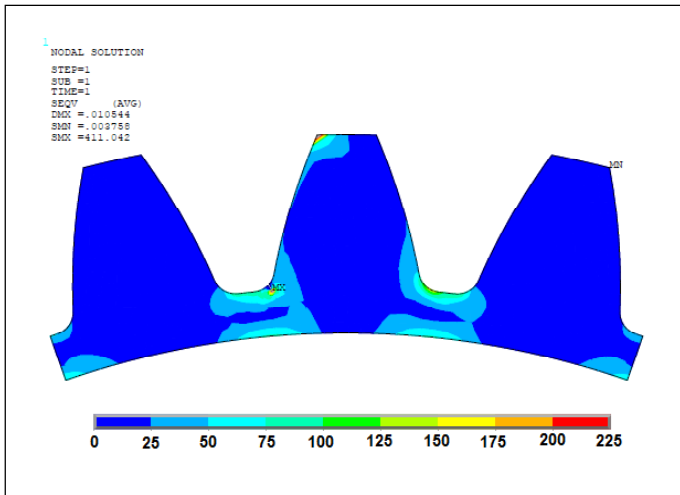


Figura 7. Distribución de esfuerzos en rueda dentada con razón de espesor de llanta  $m_B = 0,3$

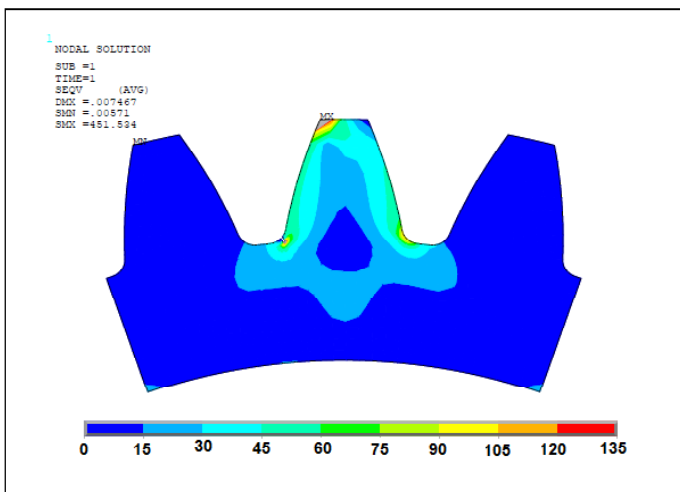


Figura 8. Distribución de esfuerzos en rueda dentada con razón de espesor de llanta  $m_B = 1$

En la tabla 3, se presenta un resumen comparativo de los resultados alcanzados con los modelos de ruedas dentadas estudiados con aquellos obtenidos experimentalmente por Lewicki y Ballarini.

Finalmente, se puede afirmar que los resultados obtenidos permiten presentar una validación del método de elementos finitos para evaluar el efecto del espesor de la llanta en la resistencia de ruedas dentadas con dientes rectos.

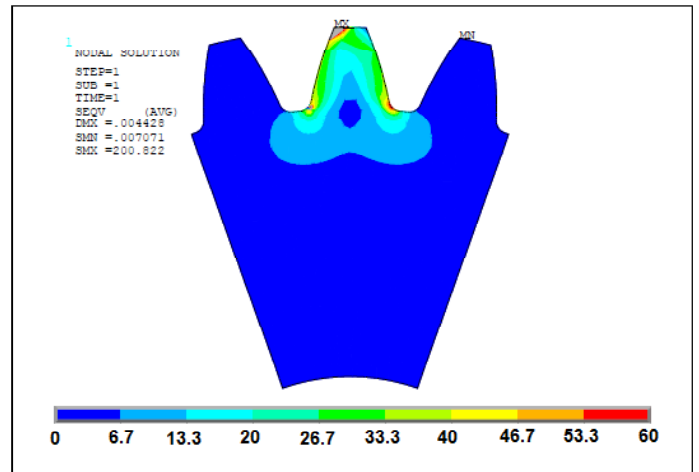


Figura 9. Distribución de esfuerzos en rueda dentada con razón de espesor de llanta  $m_B = 3.3$

Tabla 3

Resumen comparativo de los resultados experimentales [7,11] con los derivados de la aplicación del método de los elementos finitos en los modelos de las ruedas dentadas

Razón de espesor de llanta ( $m_B$ )	Experimento real	Predicción realizada por MEF
0,3	Fractura de la llanta	Fractura de la llanta
0,5	Fractura de la llanta	No se puede predecir
1,0	Fractura del diente	Fractura del diente
3,3	Fractura del diente	Fractura del diente

## CONCLUSIONES

Resultados derivados del estudio presentado permiten ratificar que ruedas cilíndricas de acero con dientes rectos en presencia de espesores de llanta superiores al tamaño del diente ( $m_B = 3,3$  y  $1$ ) orientan la grieta de rotura por fatiga a través de la base de los dientes.

En caso de ruedas cilíndricas de acero con dientes rectos con espesores de llanta inferiores al 30 % de la altura de los dientes ( $m_B = 0,3$ ) se esperará que la grieta por fatiga se propague a través de la llanta.

En ruedas cilíndricas de acero con dientes rectos con espesores de llanta igual a la mitad de la altura de los dientes ( $m_B = 0,5$ ), no se logra predecir con exactitud el comportamiento del crecimiento de la grieta.

Los resultados obtenidos permiten presentar una validación del método de elementos finitos para evaluar el efecto del espesor de la llanta en la resistencia de ruedas dentadas con dientes rectos.

## REFERENCIAS

- XUEYI, Li; SHOUBO, Jiang; CHAOCHAO, Li; BINBING, Huang.** "Statics Analysis of Cylindrical Gear Drive at Any Meshing Position Base Don ANSYS". *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*. January 2013, vol. 47, núm.2, pp. 767- 773. E-ISSN: 1817-3195. Disponible en Web: <http://www.jatit.org/volumes/Vol47No2/48Vol47No2.pdf> [consultado enero 2013].
- VIKAS, Kumar; MOHD, Parvez.** "Static Response of a Involute Pairs of Gears in Application Scenario (Validation Using AGMA Standards) by Using FEM Cutting edge Technology". *International Journal of Modern Engineering Research*. Sep-Oct, 2012, vol.2, issue.5, pp. 3876-3880. ISSN: 2249-6645. Disponible en Web: [http://www.ijmer.com/papers/Vol2\\_Issue5/EW2538763880.pdf](http://www.ijmer.com/papers/Vol2_Issue5/EW2538763880.pdf) [consultado en enero 2013].
- KISSLING, Ulrich.** "Application of the First International Calculation Method for Micropitting". *Gear technology*. May 2012, vol. 29, núm. 5, pp. 54 - 60. ISSN 0743-6858. Disponible en Web: <http://www.geartechnology.com/issues/0512x/micropitting.pdf> [consultado en Noviembre 2012].
- PARTHIBAN, A.; RAVIKANTH, Raju; DIVAKARA, Rao; UDAYA Kiran.** "Profile Modification for Increasing the Tooth Strength in Spur Gear using CAD & CAE". *International Journal of Innovations in Engineering and Technology*. February 2013, vol. 2 núm. 1, pp. 231-241. ISSN: 2319 - 1058. Disponible en Web: [http://www.idc-online.com/technical\\_references/pdfs/mechanical\\_engineering/Profile%20Modification.pdf](http://www.idc-online.com/technical_references/pdfs/mechanical_engineering/Profile%20Modification.pdf) [consultado en Febrero 2013].
- PEI YU, Wang; XUAN LONG, Cai.** "Vibrational Analysis of Planetary Gear Trains by Finite Element method". *Journal of Vibroengineering*. December 2012. vol. 14, núm.14, pp. 1450-1462. ISSN 1392-8716. Disponible en Web: <http://www.jve.lt/Vibro/JVE-2012-14-4/JVE-2012-14-4-870.pdf> [consultado enero 2013].
- JAYARAM, E.; RAMBABU, M.** "Structural Analysis of Gear Train Design in Portal Axle Using Finite Element Modeling". *International Journal of Research in Mechanical Engineering & Technology*. Nov.- April 2013, vol. 3, núm. 1, pp 46-51. ISSN : 2249-5762. Disponible en Web: <http://www.ijrmet.com/vol31/a1009.pdf> [consultado abril 2013].
- LEWICKI, David G.; BALLARINI, Roberto.** " Effect of Rim Thickness on Gear Crack Propagation Path". *Journal of Mechanical Design*. March 1997, vol. 119, pp. 88-93. ISSN: 0954-4062. Disponible en Web: <http://personal.ce.umn.edu/~ballarin/assets/docs/Papers/29%20JMD/GetPDFServlet.pdf> [consultado octubre 2012].
- AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASOCIATION.** "Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth". *ANSI/AGMA Standard 2101--D04*, 66 pp. AGMA, Virginia. USA 2004. ISBN: 1--55589--840-8.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION.** "Calculation of Load Capacity of Helical Gears- Part 3: Tooth Bending Strength". *ISO Standard ISO 6336-3*. 2006. 55pp. ISO/IEC Office. Geneva, Switzerland. 2006.
- GONZÁLEZ REY, Gonzalo.** Algunas consideraciones sobre el efecto del espesor de llanta en la resistencia a la fractura de ruedas dentadas. *Revista de Ingeniería Mecánica*. enero-abril de 2009, vol. 12. núm.1, ISSN 1815-5944. Disponible en Web: <http://www.redalyc.org/pdf/2251/225114975008.pdf> [consultado noviembre 2012].
- LEWICKI, David G.; BALLARINI, Roberto.** "Rim Thickness Effects on Gear Crack Propagation Life". *International Journal of Fracture*. 1997, vol. 87, núm. 1, pp. 59-86, ISSN 0376-9429. Disponible en Web: <http://personal.ce.umn.edu/~ballarin/assets/docs/Papers/32%20IJF/fulltext.pdf> [consultado octubre 2012].

## AUTORES

### Osney Gerardo Pérez Acosta

Ingeniero Mecánico, Grupo de Ingeniería, Instituto de Ciencia Animal, Mayabeque, Cuba

### Gonzalo González Rey

Ingeniero Mecánico, Doctor en Ciencias Técnicas, Profesor Auxiliar, Facultad de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba. Presidente del Comité de Normalización Cubano de Elementos de Máquinas. Miembro Académico AGMA e ISO/TC60

### Osmel Pérez Acosta

Ingeniero Mecánico, Instructor, Departamento de Tecnología y Construcción de Maquinaria, Facultad de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba

## Analysis of Gear Resistance with Influence of Rim Thickness by Means on Finite Element Method

### **Abstract**

This paper presents an application of Finite Element Method (FEM) for the simulation of contact on loaded teeth of spur gears. Models of FEM to analyzing gear resistance considering rim stresses are used. The behavior of gear crack path on gears with different rim thickness according to FEM models developed in this study was compared with the theoretical and practical values reported by Lewicki. The numerical simulations by FEM models fit quite well the experimental results for evaluation of the effect of rim thickness on gear crack path.

Key words: finite element method, spur gear, fatigue crack path, rim thickness